بهینه‌یابی قاب‌های فولادی براساس روش شبیه‌سازی بازپخت و بررسی تأثیر پارامتر ثابت بولتزمن در روند بهینه‌یابی

وحیدرضا کلات‌جاری[۱]، محمدحسین طالب‌پور[۲]

۱- دانشیار، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی شاهرود

۲- دکترا تخصصی عمران، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی شاهرود

(آدرس فعلی: استادیار، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه دامغان)

⋮

M.H.Talebpour@du.ac.ir

خلاصه

همواره طراحی بهینه سازه‌ها، امری مهم و ضروری است. قاب‌های فولادی نیز از این قاعده مستثنی نبوده و با توجه به کاربردشان در صنعت ساختمان، مورد توجه بسیاری از محققین علم بهینه‌یابی قرار داشته است. در طول سالیان گذشته، الگوریتم شبیه‌سازی بازپخت (SA) با الهام از فرآیند سردشدن تدریجی فلزات، به عنوان یکی از روش‌های فراابتکاری در بهینه‌یابی سازه‌ها مطرح شده است. این روش نیز همانند دیگر الگوریتم‌های فراابتکاری وابسته به پارامترهای مختلفی در روند بهینه‌یابی است که نقشی اساسی در روند بهینه‌یابی ایفا می‌نمایند. در روش SA پارامتر ثابت بولتزمن تأثیر فراوانی در روند بهینه‌یابی دارد. بدین منظور در این مقاله ابتدا روند حل مسئله بهینه‌یابی سطح مقطع قاب‌های فولادی براساس روش شبیه‌سازی بازپخت تشریح و در ادامه میزان اثر بخشی پارامتر ثابت بولتزمن به ازای حالات و مقادیر مختلف مورد ارزیابی قرار گرفته است. برای بررسی و مقایسه حالات مختلف پارامتر ثابت بولتزمن از مثال‌های بهینه‌یابی قاب‌های فولادی استفاده شده است. معیار مقایسه، سیر همگرایی در روند بهینه‌یابی می‌باشد.

کلمات کلیدی: بهینه‌یابی، قاب خمشی فولادی با تیرهای خرپایی ویژه، الگوریتم ژنتیک.

۱. مقدمه

قاب‌های فولادی از پرکاربردترین سازه‌ها در مهندسی عمران می‌باشند. این سازه‌ها به سبب ویژگی‌های مختلف اجرایی و مهندسی، در صنعت ساختمان از جایگاه ویژه‌ای برخوردارند. از سوی دیگر با توجه به مسائل اقتصادی فولاد در صنعت ساختمان، کاهش حجم فولاد مصرفی در فرآیند طراحی قاب‌های فولادی، امری ضروری می‌باشد. بدین‌منظور همواره طراحی بهینه قاب‌های فولادی از مسائل مهم برای مهندسین و محققین بوده است. در این راستا یافتن کمترین سطح‌مقطع به ازای پروفیل‌های موجود برای اعضای سازه براساس قیود آیین‌نامه، مسئله بهینه‌یابی قاب‌های فولادی را تشکیل می‌دهد. برای نیل به این هدف روش‌های مختلفی در زمینه بهینه‌یابی قاب‌های فولادی مطرح شده است که شاخه مهمی از آن‌ها در روش‌هایی تحت عنوان الگوریتم فراابتکاری دسته‌بندی می‌شوند. این الگوریتم‌ها عموماً با الهام از فرآیندهای طبیعی شکل گرفته و فضای طراحی را به کمک تولید طرح‌های مختلف، بصورت هوشمند جستجو می‌نمایند [۱]. یکی از این روش‌ها، الگوریتم شبیه‌سازی بازپخت (SA) می‌باشد که با الهام از فرآیند سردشدن فلزات برای رسیدن به سطحی از انرژی درونی، شکل گرفته است. در فرآیند سردشدن فلزات، برای شکل‌گیری ساختمان بلوری، ممکن است به یک حالت جامد با چندین ساختمان اتمی داخلی یا بلوری متفاوت، متناسب با سطوح مختلف انرژی رسید که این مهم به نرخ سردشدن بستگی دارد. اگر مجموعه به سرعت سرد شود، حالت جامد حاصل به احتمال زیاد حاشیه کوچکی از پایداری خواهد داشت. برای رسیدن به پایداری بیشتر فرآیند سردشدن تدریجی انجام می‌شود که در آن فلز تا یک دمای بالا مجدداً حرارت داده شده و به آرامی سرد می‌شود تا به اتم‌ها فرصت کافی برای یافتن موقعیت‌هایی مناسب مبتنی بر اصل کمینه‌سازی انرژی پتانسیل، داده شود. از سوی دیگر در فرآیند سردشدن تدریجی طبیعی مشاهده می‌شود که در فاصله زمانی که

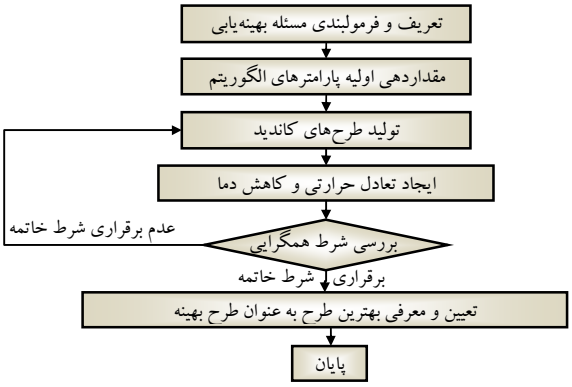
---

[۱] دانشیار، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود.

[۲] استادیار، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه دامغان، دامغان.

فلز در یک دمای خاص نگه داشته می‌شود، امکان جهش به حالت انرژی بالاتر قبل از رسیدن به حالت یکنواخت، وجود دارد. در این راستا یک الگوریتم محاسباتی که فرآیند سردشدن تدریجی را شبیه‌سازی می‌کند توسط متروپلیس و همکاران در سال ۱۹۵۳ پیشنهاد شده است که الگوریتم متروپلیس نامیده می‌شود [۲]. بر اساس الگوریتم متروپلیس، الگوریتم در یک دمای T، محل یک اتم را به شکل اتفاقی دچار اختلال کرده و میزان تغییر حاصل در انرژی سیستم ΔE را محاسبه می‌کند. اگر حالت انرژی جدید از حالت اولیه پایین‌تر باشد، آنگاه ساختار جدید اتم‌ها پذیرفته می‌شود. از طرف دیگر اگر $\Delta E>0$ باشد، حالت اختلالی سبب افزایش انرژی شده است. در این شرایط، حالت جدید براساس یک تصمیم احتمالی ممکن است پذیرفته یا رد شود. در هر دما، انبوهی از ساختارهای اتمی با موقعیت‌های متفاوت اتفاقی بوجود می‌آید تا به یک سطح انرژی یکنواخت برسند (که معمولاً به آن تعادل حرارتی می‌گویند). آن گاه دما کاسته می‌شود و چرخه دوباره شروع می‌شود. این گام‌ها در حالی که دما به آهستگی کاهش می‌یابد پی در پی تکرار می‌شود تا حالت انرژی کمینه حاصل شود.

کرکپاتریک بر اساس الگوریتم متروپلیس، فرآیند بهینه‌یابی را ارائه داده است [۳]. بر این اساس با جایگزین نمودن حالت انرژی با تابع هدف اصلاح‌شده، و نیز با استفاده از متغیر x برای ساختار ذرات، الگوریتم متروپلیس در مسائل بهینه‌یابی قابل اجرا است. در این الگوریتم حرکت از نقطه x_i به نقطه دیگری همچون x_j در فضای طراحی سبب تغییر در تابع هدف اصلاح‌شده می‌شود. دمای T نیز یک پارامتر کنترلی است که همگرایی فرآیند را تنظیم کرده و در طی فرآیند بهینه‌یابی متناسب با مقدار اولیه دما T_0 بروزرسانی می‌شود. از سوی دیگر تعداد چرخه‌های مورد نیاز برای رسیدن به تعادل حرارتی نیز باید قبل از کاهش T مشخص شده باشد. شکل زیر فلوچارت روش SA را نمایش می دهد [۴].



شکل ۱- الگوریتم بهینه‌یابی سازه‌ها توسط روش شبیه‌سازی بازپخت

در این تحقیق نخست بهینه‌یابی سطح‌مقطع قاب‌های فولادی بررسی و ضمن ارائه شیوه استفاده از الگوریتم شبیه‌سازی بازپخت در روند بهینه‌یابی، حالات و مقادیر مختلف پارامتر ثابت بولتزمن مورد توجه قرار گرفته است. در نهایت با شرح چند مثال به بررسی و ارزیابی حالات و مقادیر مختلف پارامتر مورد نظر پرداخته شده است.

۲. بهینه‌یابی از طریق الگوریتم شبیه‌سازی بازپخت

در این بخش نحوه عملکرد الگوریتم شبیه‌سازی بازپخت برای بهینه‌یابی سطح‌مقطع سازه‌های قابی توصیف می‌شود. بدین منظور در ابتدا به ارائه فرمولبندی ریاضی یک مسئله بهینه‌یابی سطح‌مقطع قاب فولادی پرداخته می‌شود.

۱.۲ تعریف مسئله

بردار سطح‌مقطع اعضا $[A]$، به نحوی تعیین شود که تابع هدف وزن $W(A)$ کمینه شود [۵]:

$$W(A) = \sum_{j=1}^{Ne} \rho A_j L_j \qquad (۱)$$

$$[A] = [a_1, a_2, \ldots, a_{Nos}]^T \quad ; \quad a_i \in S \quad ; \quad i = 1, \ldots, Nos \qquad (۲)$$

معمولاً جهت کمینه‌سازی تابع $W(A)$ قیود زیر در نظر گرفته می‌شود [۵]:

$$G1=\begin{cases} g_{i1}(A)=0 \quad if \quad \left|\frac{\sigma_i}{\sigma_{all}}\right|-1\le 0 \quad ; \quad i=1,..,Ne \\ g_{i1}(A)=\left|\frac{\sigma_i}{\sigma_{all}}\right|-1 \quad if \quad \left|\frac{\sigma_i}{\sigma_{all}}\right|-1>0 \quad ; \quad i=1,..,Ne \end{cases} \tag{۳}$$

$$G2=\begin{cases} g_{i2}(A)=0 \quad if \quad \left|\frac{\Delta_i}{\Delta_i^{all}}\right|-1\le 0 \quad ; \quad i=1,..,Ndof \\ g_{i2}(A)=\left|\frac{\Delta_i}{\Delta_i^{all}}\right|-1 \quad if \quad \left|\frac{\Delta_i}{\Delta_i^{all}}\right|-1>0 \quad ; \quad i=1,..,Ndof \end{cases} \tag{۴}$$

در روابط (۱) و (۲) Ne تعداد اعضای سازه، L_i طول هر عضو از قاب و a_i سطح‌مقطع هر عضو یا مجموعه‌ای منتخب از اعضای سازه است. Nos تعداد مقاطع بهینه که بایستی یافته شود و متناسب با گروه‌بندی اعضای سازه مشخص می‌شود. S مجموعه پروفیل‌های موجود است که مقاطع بهینه از آن انتخاب می‌شوند و تعداد این مجموعه برابر با Ns می‌باشد.

قید G1: در یک سازه، تنش تمامی اعضا ناشی از ترکیبات بارگذاری می‌بایست در محدوده مجاز و قابل قبول قرار داشته باشد. این مقدار مجاز براساس آیین‌نامه‌های طراحی تعیین می‌شود. در روند بهینه‌یابی تنش تک تک اعضای سازه محاسبه می‌شود. در صورت نقض قیود براساس رابطه (۳) جریمه‌ای به طرح مربوطه اعمال می‌شود. در این رابطه $g_{i1}(A)$ میزان نقض قید تنش اعضای سازه، σ_i تنش عضو iام، σ_{all} تنش مجاز، Ne تعداد اعضای سازه است. شایان ذکر است که رابطه (۳) دلالت بر تنش کششی، تنش فشاری و تنش خمشی دارد که می بایست در روند بهینه‌یابی کنترل شود.

قید G2: پس از تحلیل سازه و محاسبه مقادیر تنش، میزان تغییرمکان گره‌های فعال سازه محاسبه می‌شود. در صورتی که تغییرمکان درجه آزادی iام، در محدوده مجاز باشد، جریمه‌ای به طرح مورد نظر تعلق نمی‌گیرد. اما در غیر این صورت، طرح مربوطه متناسب با میزان تخطی جریمه خواهد شد. میزان نقض قید تغییرمکان، بر اساس روابط (۴) بدست می‌آید. در این روابط $g_{i2}(A)$ میزان نقض قید تغییرمکان گره‌های فعال سازه، $Ndof$ تعداد درجات آزادی فعال گره‌های سازه، Δ_i مقدار تغییرمکان درجه آزادی iام و Δ_i^{all} مقدار تغییرمکان مجاز درجه آزادی iام است.

حال با داشتن تمامی اطلاعات مسئله، فرآیند بهینه‌یابی از طریق الگوریتم شبیه‌سازی بازپخت قابل اجرا می‌باشد. برای این منظور فرآیند بهینه‌یابی بشرح مراحل زیر پیاده‌سازی می‌شود.

۲.۲ مقدار دهی اولیه پارامترها

الگوریتم SA نیز همانند سایر الگوریتم‌های فراابتکاری وابسته به تعدادی پارامتر می‌باشد که نیازمند مقادیر اولیه است. بنابراین در ابتدا مقادیر پارامترهای الگوریتم شبیه‌سازی بازپخت، همچون دمای اولیه (T_s)، دمای نهایی (T_f)، ضریب سردشدن (η) و ... مقداردهی می‌شود. در ادامه طرحی به صورت تصادفی تولید می‌شود. مقادیر متغیرهای طراحی در طرح اولیه براساس لیست پروفیل‌های موجود و بصورت تصادفی انتخاب می‌شود [۴]. این طرح با عنوان طرح مبنا معرفی شده و مقدار تابع هدف اصلاح‌شده برای آن براساس رابطه زیر محاسبه خواهد شد:

$$\phi(X)=W(X)\left[1+K\left(\sum^{nlc}\sum_{q=1}^{Q}\max\left[0,Gq\right]\right)\right] \tag{۵}$$

در رابطه فوق $W(X)$ تابع هدف (وزن سازه) می‌باشد که براساس رابطه (۱) حاصل می‌شود. Gq میزان نقض سازه در ارتباط با هر یک از قیود، X بردار متغیرهای طراحی (بردار سطح‌مقطع اعضای قاب فولادی) و Q تعداد کل قیود حاکم بر مسئله می‌باشد. nlc تعداد حالات بارگذاری و K ثابت جریمه است. براساس رابطه (۵) می‌توان شایستگی طرح موردنظر را ارزیابی نمود. بدین‌ترتیب که هر طرحی قیود مسئله را بیشتر نقض نماید، مقدار تابع φ متناظر با آن بیشتر است و بدین‌سان دارای میزان شایستگی کمتری خواهد بود و هر طرحی که دارای φ کمتری است، از شایستگی بیشتری برخوردار خواهد بود [۶].

۳.۲ تولید طرح های کاندید

در الگوریتم شبیه‌سازی بازپخت، فرآیند جستجو با تولید طرح کاندید در همسایگی طرح مبنا در پیش گرفته می‌شود. برای این منظور یک متغیر طراحی از طرح مبنا انتخاب و مقدار آن متناسب با لیست مقاطع و محدوده همسایگی (n_w) بصورت تصادفی تغییر می‌نماید. سپس مقدار تابع هدف اصلاح‌شده

برای طرح جدید محاسبه می‌شود. در صورتیکه طرح جدید شایستگی بیشتری نسبت به طرح مبنا داشته باشد، جایگزین طرح مبنا خواهد شد، در غیر این صورت طرح جدید براساس یک تصمیم احتمالی ممکن پذیرفته و یا رد شود. احتمال پذیرفتن طرح جدید $P(\Delta\varphi)$ بشرح رابطه زیر محاسبه می‌شود [۴].

$$p(\Delta\varphi) = e^{\left(\frac{-\Delta\varphi}{k_B T}\right)} \qquad (۶)$$

در رابطه فوق $\Delta\varphi$ اختلاف توابع هدف اصلاح شده متناظر با طرح جدید و طرح مبنا می‌باشد که مقداری مثبت است. k_B ثابت بولتزمن و T دمای فعلی سیستم است. تصمیم قبول یا رد طرح جدید با تولید عدد تصادفی در محدوده صفر تا یک و مقایسه آن با $P(\Delta\varphi)$ صورت می‌پذیرد. اگر عدد تصادفی تولید شده از مقدار $P(\Delta\varphi)$ کمتر باشد، آن گاه طرح جدید علی رغم شایستگی کمتر، جایگزین طرح مبنا می‌شود. اما اگر عدد تصادفی تولیدی بیشتر از $P(\Delta\varphi)$ باشد، طرح جدید رد شده و طرح مبنا بدون تغییر باقی می‌ماند.

همان‌طور که مشاهده می‌شود، کارآیی الگوریتم شبیه‌سازی بازپخت وابستگی فراوانی به مقدار $P(\Delta\varphi)$ دارد. براساس رابطه (۶) با افزایش اختلاف توابع هدف اصلاح شده طرح جدید و طرح مبنا ($\Delta\varphi$) مقدار احتمال پذیرش طرح جدید $P(\Delta\varphi)$ کاهش می‌یابد. به بیان دیگر در صورتی که طرح جدید دارای میزان تابع هدف اصلاح‌شده بزرگتری نسبت به مقدار تابع هدف اصلاح‌شده طرح مبنا باشد، احتمال پذیرش بصورت نمایی متناسب با مقدار اختلاف ($\Delta\varphi$) کاهش می‌یابد. از سوی دیگر براساس رابطه (۶) با گذشت زمان و کاهش دما، حاشیه امنیت برای طرح مبنا افزایش می‌یابد، زیرا با کاهش مقدار T، احتمال پذیرش طرح جدید $P(\Delta\varphi)$ نیز کاهش می‌یابد. ثابت بولتزمن نیز در مقدار $P(\Delta\varphi)$ تأثیر فراوانی دارد که در بخش های آتی به تفسیر مورد بحث قرار گرفته است.

فرآیند تولید طرح‌های کاندید در محدوده طرح مبنای جاری به تعداد متغیرهای طراحی انجام می‌شود. به بیان دیگر در این مرحله کلیه متغیرهای طراحی می‌بایست تغییر نموده و در اصطلاح الگوریتم SA، متغیرهای طراحی دچار آشفتگی شوند. لازم به ذکر است که در این مرحله هر متغیر طراحی، تنها یکبار می‌تواند تغییر نموده و دچار آشفتگی شود. از سوی دیگر نیزآشفتگی در هر متغیر طراحی براساس طرح مبنای جاری انجام می‌پذیرد [۴].

۴.۲ ایجاد تعادل حرارتی و کاهش دما

در هر تکرار از یک سیکل سردشدن تدریجی، تمامی متغیرهای طراحی براساس مرحله پیش دچار آشفتگی می‌شوند. تعداد این تکرارها در هر سیکل سردشدن تدریجی، قبل از کاهش دما براساس رابطه زیر تعیین می‌شود [۴].

$$i_c = i_f + (i_f - i_s)\left(\frac{T - T_f}{T_f - T_s}\right) \qquad (۷)$$

در رابطه فوق، i_c تعداد تکرارهای موجود در هر سیکل سردشدن تدریجی است. i_f و i_s بترتیب مقادیر حداکثر و حداقل تکرارها در هر سیکل فرآیند سردشدن تدریجی است که در مرحله اول توسط کاربر مشخص می‌شود. در این مقاله مقادیر i_f و i_s بترتیب برابر سه و یک لحاظ شده است [۷].

به بیان دیگر در این مرحله متغیرهای طراحی در هر سیکل سردشدن، به تعداد i_c دچار آشفتگی خواهند شد تا بدین‌ترتیب تعادل حرارتی قبل از کاهش دما حاصل شود. هنگامی که تمامی تکرارها برای هر سیکل سردشدن انجام پذیرفت، تعادل در دمای جاری برای ساختار متغیرهای طراحی حاصل می‌شود. سپس مقدار دما برای سیکل بعدی بصورت زیر تغییر می‌نماید [۴].

$$T^{j+1} = T^{j} \cdot \eta \qquad (۸)$$

در رابطه فوق، بالا نویس jدلالت بر شماره هر سیکل در کل فرآیند بهینه‌یابی دارد. به بیان دیگر در پایان هر سیکل، مقدار دما با ضریب η کاهش یافته و سیکل بعدی با دمای جدید آغاز می‌شود. مقدار η در این مقاله برابر ۰/۹۸۹ در نظر گرفته شده است [۷].

۵.۲ بررسی شرط خاتمه

روش‌های متنوعی برای بررسی شرط خاتمه در الگوریتم‌های فراابتکاری وجود دارد [۱]. در الگوریتم شبیه‌سازی بازپخت، شرط خاتمه با کنترل میزان دمای جاری سیستم (T) برقرار می‌شود. به بیان دیگر مراحل الگوریتم SA تا زمانی که دمای سیستم از دمای نهایی (T_f) بیشتر باشد، انجام می‌پذیرد. هنگامی که دمای جاری سیستم از دمای نهایی کمتر شود، الگوریتم خاتمه یافته و بهترین طرح را به عنوان طرح بهینه معرفی می‌نماید [۴].

۳. بررسی حالات ثابت بولتزمن

همان‌طور که در بخش ۲ مشاهده شد، احتمال پذیرش هر طرح $P(\Delta\varphi)$ در فرآیند بهینه‌یابی از ارکان اساسی الگوریتم شبیه‌سازی باز پخت می‌باشد. پارامترهای $\Delta\varphi$ و T در طی عملیات بهینه‌یابی براساس روند عملیات بهینه‌یابی در بخش‌های پیشین بروزرسانی می‌شود که تأثیر آن‌ها در بخش ۲ بصورت خلاصه، مورد بحث قرار گرفت. اما پارامتر ثابت بولتزمن نیز در مقدار نهایی احتمال پذیرش هر طرح، تأثیر بسزایی دارد. مقدار k_B بزرگ سبب افزایش $P(\Delta\varphi)$ شده و بالطبع کاهش k_B نیز سبب کاهش $P(\Delta\varphi)$ می‌شود. مراجع مختلف با ارائه پیشنهادات گوناگون سعی در وابسته سازی k_B به مقدار $\Delta\varphi$ و در برخی دیگر به مقدار T دارند [۴ و ۷]. برخی دیگر از مراجع با ارائه روابطی پیشنهادی، مقدار k_B را محدود به بازه صفر تا یک می‌نمایند [۴]. تحقیقات در این زمینه بیانگر تأثیر پارامتر ثابت بولتزمن در طی فرآیند بهینه‌یابی براساس الگوریتم شبیه‌سازی باز پخت می‌باشد. بنابراین در این مقاله پارامتر ثابت بولتزمن مورد توجه و حالات مختلف بشرح زیر برای این پارامتر مورد بررسی قرار گرفته است.

حالت ۱) در این حالت پارامتر ثابت بولتزمن بصورت مقداری ثابت لحاظ شده است. بدین‌منظور k_B برابر مقادیر ثابت ۰/۱ ، ۰/۲ ، ۰/۳ ، ۰/۴ ، ۰/۵ ، ۰/۶ ، ۰/۷ ، ۰/۸ ، ۰/۹ و ۱ در اجراهای متفاوت الگوریتم SA در نظر گرفته شده است. برای گریز از تأثیر پارامترهای تصادفی در روند بهینه‌یابی، به ازای هر مقدار پارامتر ثابت بولتزمن، ۱۰ اجرای مستقل برای فرآیند بهینه‌یابی صورت گرفته است. سپس میانگین سیر همگرایی برای هر k_B محاسبه و بررسی شده است. در ادامه میانگین مقادیر سیر همگرایی برای تمامی مقادیر ثابت k_B محاسبه (میانگین ۱۰۰ اجرای فرآیند بهینه‌یابی) و بصورت نماینده سیر همگرایی مربوط به پارامتر ثابت بولتزمن با مقدار ثابت ارائه شده است.

حالت ۲) در این حالت مقدار پارامتر ثابت بولتزمن بصورت افزایشی در کل فرآیند بهینه‌یابی تغییر می‌نماید. به عبارت دیگر در ابتدا احتمال کمی برای k_B منظور شده و در طی عملیات بهینه‌یابی، مقدار k_B بصورت خطی متناسب با نسبت شماره تکرار به تعداد کل تکرارها، براساس رابطه زیر افزایش می‌یابد.

$$k_B = k_B^{Min} + \left(k_B^{Max} - k_B^{Min}\right)\frac{iter}{iter_{\max}} \tag{۹}$$

در رابطه فوق، k_B^{Max} و k_B^{Min} بترتیب مقادیر حداکثر و حداقل پارامتر ثابت بولتزمن در عملیات بهینه‌یابی است.

حالت ۳) این حالت مشابه حالت (۲) است؛ با این تفاوت که مقدار پارامتر ثابت بولتزمن در کل فرآیند بهینه‌یابی بصورت کاهشی تغییر می‌نماید. به عبارت دیگر در انتهای عملیات بهینه‌یابی مقادیر کوچکی برای پارامتر ثابت بولتزمن منظور شده و در طی عملیات بهینه‌یابی، مقدار k_B بصورت خطی متناسب با نسبت شماره تکرار به تعداد کل تکرارها، براساس رابطه زیر کاهش می‌یابد.

$$k_B = k_B^{Max} - \left(k_B^{Max} - k_B^{Min}\right)\frac{iter}{iter_{\max}} \tag{۱۰}$$

شایان ذکر است که در حالات (۲) و (۳) مقادیر حداقل و حداکثر پارامتر ثابت بولتزمن بترتیب برابر ۰/۱ و یک لحاظ شده است. از سوی دیگر در حالات (۲) و (۳) نیز برای گریز از تأثیر عوامل تصادفی در روند بهینه‌یابی و مقایسه نتایج، نمودار سیر همگرایی هر حالت، از میانگین ۳۰ اجرای مستقل فرآیند بهینه‌یابی حاصل شده است.

۴. مثال‌های عددی

جهت بررسی عملکرد شیوه‌های مختلف پارامتر ثابت بولتزمن، چند مثال بشرح زیر مورد بررسی قرار گرفته است.

۱.۴ قاب فولادی پنج طبقه، دو دهانه

همانند شکل ۲ یک قاب فولادی با پنج طبقه و دو دهانه، در نظر گرفته شده است [۸]. برای کلیه اعضای سازه E و ρ بترتیب برابر GN/m^2 ۲۰۵ و kN/m^3 ۷۸ تعریف شده است. مقدار تنش مجاز برای کلیه اعضای سازه براساس فرض صورت پذیرفته در مرجع [۸] برابر ± 166.6 MPa و تغییرمکان مجاز برای گره‌های آخرین طبقه برابر ۱/۵۰۰ ارتفاع قاب در نظر گرفته شده است.

بارهای مرده (DL)، زنده (LL) و بار باد (WL) در سه حالت بشرح ترکیبات زیر به سازه اعمال و مقادیر و جهت بارهای مذکور در جدول ۱ تعریف شده است.

i) DL+0.9(LL+WL) *ii) DL+WL* *iii) DL+LL*

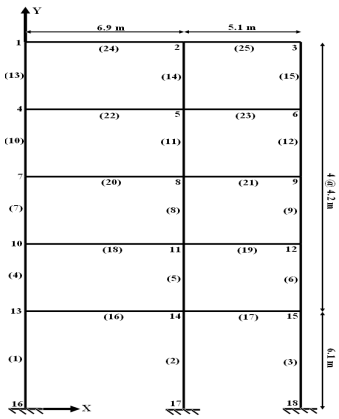
جدول ۱- مقادیر و جهت بارهای اعمالی بر قاب ۵ طبقه دو دهانه

نوع بار	بزرگی بار	موقعیت بار
بار مرده	$w_y = -$ ۱۱/۷۶ kN/m	اعضای ۱۶ ، ۱۷ ، ۱۸ ، ... و ۲۴ ، ۲۵
	$P_y = -$ ۱۹/۶ kN	گره های ۱ و ۳
	$P_y = -$ ۴۰/۲ kN	گره‌های ۴ ، ۶ ، ۷ ، ۹ ، ۱۰ ، ۱۲ ، ۱۳ و ۱۵
بار زنده	$w_y = -$ ۱۰/۷۸ kN/m	اعضای ۱۶ ، ۱۷ ، ... و ۲۵
بار باد	$P_x =$ ۵/۶۸۴ kN	گره ۱
	$P_x =$ ۷/۲۵۲ kN	گره ۴
	$P_x =$ ۶/۶۶۴ kN	گره ۷
	$P_x =$ ۵/۹۷۸ kN	گره ۱۰
	$P_x =$ ۶/۲۷۲ kN	گره ۱۳

فرض می‌شود در فرآیند طراحی، می‌بایست ستون‌های هر طبقه دارای سطح‌مقطع یکسانی باشند. از سوی دیگر کلیه تیرهای سازه بطور مستقل طراحی می‌شوند. بنایراین در مجموع ۱۵ متغیر طراحی برای مسئله بهینه‌یابی پدید می‌آید که از لیست مقاطع موجود در جدول ۲ انتخاب می‌شوند.

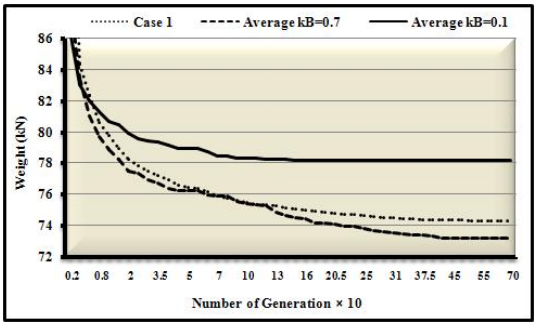
جدول ۲- لیست مقاطع برای قاب ۵ طبقه دو دهانه

شماره مقطع	A	I_y	S_y	I_x	S_x	شماره مقطع	A	I_y	S_y	I_x	S_x
۱	۵۱/۳۸	۲۵۴۵/۵۰	۲۸۲/۸۳	۱۴۳۹	۲۱۱/۷۰	۸	۹۷	۱۵۰۲۱/۳۰	۹۳۸/۸۳	۴۷۸۷	۵۴۴۴
۲	۵۷/۶۶	۳۵۶۰/۸۰	۳۵۶/۰۸	۱۸۷۲	۲۵۶/۴۰	۹	۱۰۹/۸۰	۱۶۱۱۳/۵۰	۱۰۰۷/۱۰	۵۸۰۱	۶۴۴/۵۰
۳	۶۳/۶۷	۴۷۸۷/۷۰	۴۳۵/۲۵	۲۳۱۳	۳۰۰/۳۰	۱۰	۱۲۱/۷۸	۲۳۷۴۸/۲۰	۱۳۱۹/۳۵	۷۱۴۷	۷۴۴/۵۰
۴	۶۹/۸۱	۶۷۱۰/۲۰	۵۳۷/۴۶	۲۶۴۷	۳۳۹/۴۰	۱۱	۱۳۶/۱۸	۲۵۳۰۳/۴۰	۱۴۰۵/۷۵	۸۵۰۲	۸۶۷/۸۰
۵	۷۹/۸۱	۷۲۳۹/۱۰	۵۷۹/۱۳	۳۲۷۲	۴۰۸/۹۰	۱۲	۱۵۰/۰۹	۳۵۱۵۵/۴۰	۱۷۵۷/۷۷	۹۶۴۶	۹۶۴/۶۰
۶	۸۰/۰۴	۹۵۰۵/۱۰	۶۷۸/۱۳	۳۴۲۰	۴۱۷/۱۰	۱۳	۱۶۶/۰۹	۳۷۲۸۸/۷۰	۱۸۶۴/۴۴	۱۱۲۷۸	۱۱۰۵/۷۰
۷	۹۱/۲۴	۱۰۲۳۶/۸۰	۷۳۱/۲۰	۴۱۹۲	۴۹۹/۱۰	۱۴	۱۸۲/۰۹	۳۹۴۲۲/۱۰	۱۹۷۱/۱۰	۱۲۹۷۵	۱۲۴۷/۶۲

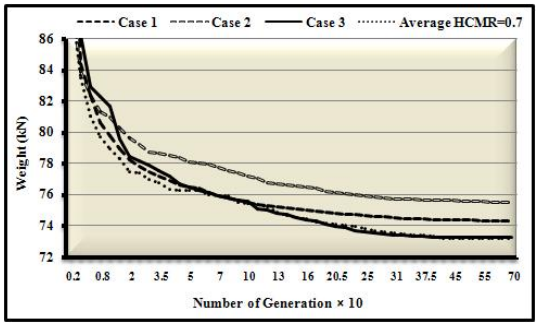


شکل ۲- قاب ۵ طبقه دو دهانه

این مثال توسط حالات مختلف ثابت بولتزمن مورد ارزیابی قرار گرفته است. شکل ۳ سیر تکاملی فرآیند بهینه‌یابی را توسط مقادیر مختلف حالت یک در بهترین وضعیت (k_B = ۰/۷) و بدترین وضعیت (k_B = ۰/۱)، به همراه میانگین کلیه مقادیر این حالت (۱۰۰ اجرای مستقل) نشان می‌دهد. در شکل ۴ نیز سیر تکاملی بهینه‌یابی کلیه حالات به همراه بهترین نتیجه حالت یک، یعنی k_B=۰/۷ قابل مشاهده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، حالت ۳ تقریباً منطبق بر بهترین حالت مقادیر ثابت (k_B = ۰/۷) می‌باشد.



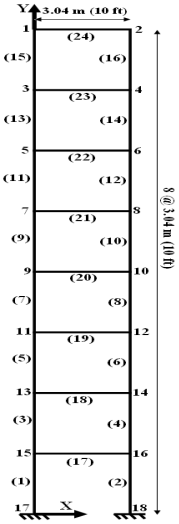
شکل ۳- سیر تکاملی فرآیند بهینه‌یابی توسط مقادیر حالت ۱



شکل ٤- سیر تکاملی فرآیند بهینه‌یابی توسط حالات مختلف

۲.۴ قاب هشت طبقه یک دهانه

در این مثال به بررسی قابی با هشت طبقه و یک دهانه بشرح شکل ۵ پرداخته شده است [۹]. برای کلیه اعضای قاب مدول الاستیسیته و چگالی بترتیب برابر GPa ۲۰۰ و kN/m^3 ۷۶/۸ و فقط قید تغیرمکان با مقدار مجاز cm ۵/۰۸ برای گره‌های طبقه آخر در نظر گرفته شده است.



شکل ۵- قاب هشت طبقه یک دهانه

بارهای مؤثر بر سازه در یک ترکیب بشرح جدول ۳ در نظر گرفته شده است.

جدول ۳- بارگذاری مؤثر بر قاب هشت طبقه یک دهانه

بزرگی بار (kN)	P_x=12.592	P_x=8.473	P_x=7.264	P_x=6.054	P_x=4.839	P_x=3.63	P_x=2.42	P_x=1.21	P_y=-444.8
موقعیت بار	گره ۱	گره ۳	گره ۵	گره ۷	گره ۹	گره ۱۱	گره ۱۳	گره ۱۵	گره ۱، ۲، ... و ۱۶

اعضای قاب مذکور در ۸ گروه بشرح جدول ۴ دسته‌بندی شده و می‌بایست از لیست ۲۶۸ تایی مقاطع W بشرح جدول ۵ انتخاب شوند [۹].

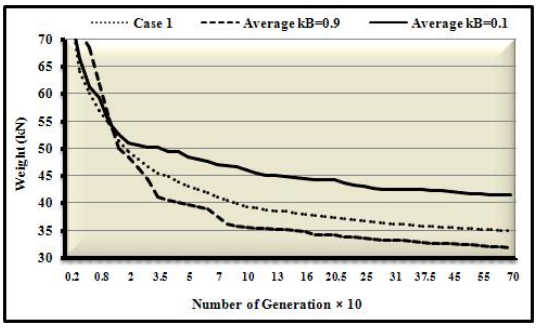
جدول ٤- گروه‌بندی اعضای قاب هشت طبقه یک دهانه

شماره گروه	شماره عضو	شماره گروه	شماره عضو	شماره گروه	شماره عضو	شماره گروه	شماره عضو
۱	۱، ۲، ۳ و ۴	۳	۹، ۱۰، ۱۱ و ۱۲	۵	۱۷ و ۱۸	۷	۲۱ و ۲۲
۲	۵، ۶، ۷ و ۸	۴	۱۳، ۱۴، ۱۵ و ۱۶	۶	۱۹ و ۲۰	۸	۲۳ و ۲۴

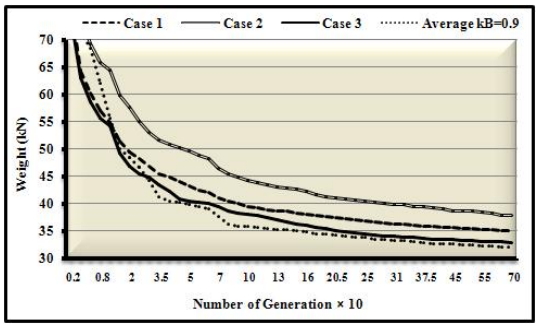
جدول ٥- لیست مقاطع برای قاب هشت طبقه یک دهانه

شماره مقطع	نام مقطع	A cm^2 (in^2)	I_x cm^4 (in^4)	S_x cm^3 (in^3)	I_y cm^4 (in^4)	S_y cm^3 (in^3)
۱	W44 x 335	۶۳۴/۱۹۲۳ (۹۸/۳)	۱۲۹۴۴۷۹/۷۳۴ (۳۱۱۰۰)	۲۳۱۰۵/۷۶ (۱۴۱۰)	۴۹۹۴۷/۷۷۱ (۱۲۰۰)	۲۴۵۸/۰۵۹ (۱۵۰)
۲	W44 x 290	۵۵۳/۵۴۷۳ (۸۵/۸)	۱۱۲۷۹۸۷/۱۶۳ (۲۷۱۰۰)	۲۰۳۱۹/۹۵۹ (۱۲۴۰)	۴۳۷۰۴/۲۹۹ (۱۰۵۰)	۲۱۷۹/۴۷۹ (۱۳۳)
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
۲۶۷	W5 x 16	۳۰/۱۹۳۴ (۴/۶۸)	۸۸۶/۵۷۳ (۲۱/۳)	۱۳۹/۴۵۴ (۸/۵۱)	۳۱۲/۵۸۹ (۷/۵۱)	۲۰/۸۱۱ (۱/۲۷)
۲۶۸	W4 x 13	۲۴/۷۰۹۶ (۳/۸۳)	۴۷۰/۳۴۱ (۱۱/۳)	۸۹/۴۷۳ (۵/۴۶)	۱۶۰/۶۶۵ (۳/۸۶)	۱۶/۳۸۷ (۱)

برای این مثال نیز همانند مثال پیشین، حالات مختلف پارامتر ثابت بولتزمن مورد ارزیابی قرار گرفته است. شکل ۶ سیر تکاملی فرآیند بهینه‌یابی برای حالت یک به ازای مقادیر ۰/۹ و ۰/۱ در بهترین و بدترین روند بهینه‌یابی و میانگین کلیه مقادیر ثابت‌ها را نشان می‌دهد. در شکل ۷ نیز روند بهینه‌یابی برای حالات مختلف به همراه بهترین سیر بهینه‌یابی حالت ۱ (k_B = ۰/۹) برای پارامتر ثابت بولتزمن قابل مشاهده است. در این مثال نیز حالت ۳ پیشنهادی انطباق مناسبی با بهترین حالت مقادیر ثابت دارد.



شکل ٦- سیر تکاملی فرآیند بهینه‌یابی توسط مقادیر حالت ۱



شکل ۷- سیر تکاملی فرآیند بهینه‌یابی توسط حالات مختلف

۴. نتیجه‌گیری

همان‌طور که در نمودارهای مثال های ۱ و ۲ مشاهده می‌شود، سیر بهینه‌یابی براساس اتخاذ مقداری ثابت می‌تواند روند مناسبی را ارائه دهد. اما نکته حائز اهمیت در آن است که برای مثال ۱ بهترین روند مربوط به مقدار ۰/۷ بود، در حالی که بهترین روند برای مثال ۲ به ازای مقدار ثابت ۰/۹ حاصل گردید. به بیان دیگر در حالت اتخاذ مقداری ثابت برای k_B ، مقدار مناسب به شرایط مسئله و فضای طراحی بستگی دارد. بنابراین انتخاب مقداری صحیح برای عملکرد مناسب مستلزم فرآیند سعی و خطا می‌باشد. در این مقاله حالت ۳ برای اجتناب از فرآیند سعی و خطا در انتخاب مقداری مناسب برای k_B ارائه

شده است. همان‌طور که در دو مثال مذکور مشاهده می‌شود، سیر بهینه‌یابی براساس حالت ۳، دارای روند مناسب و تقریباً منطبق بر بهترین عملکرد است. در این حالت مقدار k_B بصورت نزولی در طی عملیات بهینه‌یابی تغییر می‌نماید. بدین‌ترتیب مقدار احتمال پذیرش $P(\Delta\varphi)$ هر طرح نیز بصورت نزولی در طی عملیات بهینه‌یابی تغییر می‌نماید. بنابراین در ابتدای عملیات بهینه‌یابی، احتمال تغییر طرح مبنا بیشتر از انتهای فرآیند بهینه‌یابی است. لذا توصیه می‌شود به جای انتخاب مقداری ثابت برای پارامتر k_B که مستلزم فرآیند سعی و خطا است، از حالت ۳ استفاده شود. حالت ۲ نیز توصیه نمی‌شود، چرا که در هر دو مثال دارای روند بهینه‌یابی مناسبی نیست.

۵. مراجع

1. Kochenberger, G. A., Glover, F., (2003), "*Handbook of metaheuristics*", Kluwer Academic Publishers.
2. Metropolis N., Rosenbiuth A. W., Rosenbiuth M. N., Teller A. H. and Teller E. (1953) "Equation of State Calculations by Fast Computing Machines" Journal of Chemical physics. **21** (6), pp. 1087-1092.
3. Kirkpatrick S., Gerlatt C. D., Vecchi M. P. (1983), "Optimization by Simulated Annealing" Science. **220** (4598), pp. 671-680.
4. Hasançebi, O., Çarbaş, S., Doğan, E., Erdal, F., and Saka, M. P. (2009), "Performance evalution of metaheuristic search techniques in the optimum design of real size pin jointed structures" Computers and Structures. **87** (5-6), pp. 284-302.

۵. کلات‌جاری، و. ر. طالب‌پور، م. ح. (۱۳۹۰)، " بهینه‌یابی سطح‌مقطع و توپولوژی سازه‌های خرپایی توسط روش اصلاحی جستجوی چندمنظوره،" نشریه تخصصی مهندسی عمران - نقشه برداری - دانشکده فنی، دوره ۴۵، شماره ۳.

۶. کلات‌جاری، و. ر. طالب‌پور، م. ح. ترکمان‌زاده، ج. (۱۳۹۱)، " بهینه‌یابی سطح‌مقطع و توپولوژی سازه ها از طریق الگوریتم ژنتیک و بررسی تأثیر روش‌های گوناگون اپراتور جهش در روند بهینه‌یابی،" نهمین کنگره بین المللی مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان، ایران، ۱۹-۲۱ اردیبهشت.

7. Hasançebi, O., and Erbatur F. (2002), "On efficient use of simulated annealing in complex structural optimization problems", Acta Mechanica, **157**, pp. 27-50.
8. Juang, D. S., and Chang, W. T., (2006), "A revised discrete lagrangian-based search algorithm for the optimal design of skeletal structures using available section" Structural and Multidisciplinary optimization, **31** (3), pp, 301-210.
9. Camp, C., Pezeshk, S., and Cao, G., (1998), "Optimized design of two-dimensional structures using a genetic algorithm", Journal of structural engineering, **124** (5), pp. 551-559.