



## بهینه یابی سطح مقطع و توپولوژی سازه ها از طریق الگوریتم ژنتیک و بررسی تأثیر روش های گوناگون اپراتور جهش در روند بهینه یابی

وحید رضا کلات جاری<sup>۱</sup>، محمد حسین طالب پور<sup>۲</sup>، جواد ترکمان زاده<sup>۳</sup>

۱- استادیار، دانشکده عمران و معماری، دانشگاه صنعتی شاهرود

۲- دانشجوی دکترا سازه، دانشکده عمران و معماری، دانشگاه صنعتی شاهرود

۳- کارشناس ارشد زلزله، سرپرست مهندسی شرکت اطاقسرا، بابل

:

[M.H.Talebpour@gmail.com](mailto:M.H.Talebpour@gmail.com)

### خلاصه

در طی سالیان اخیر، مقالات و تحقیقات متعددی برای بهبود نتایج و افزایش سرعت محاسبات در روند بهینه یابی براساس الگوریتم ژنتیک انجام شده است. این مسئله سبب بروز ساختارهای مختلفی در مراحل مختلف بهینه یابی با GA شده است. یکی از این مراحل، اپراتور جهش می باشد که روش های مختلفی برای چگونگی اعمال آن پیشنهاد شده است. در این مقاله ابتدا روند حل مسئله بهینه یابی سطح مقطع و توپولوژی سازه ها تشریح و در ادامه روش های مختلف اپراتور جهش به اختصار ارائه و در حالت های مختلف با هم مقایسه شده است. معیار مقایسه برای سنجش برتری هر یک از این روش ها، سیر همگرایی در روند بهینه یابی از طریق GA است. در تحقیق به عمل آمده سعی شده است تا شرایط یکسان برای مقایسه روش های گوناگون برقرار شود. به همین منظور کلیه اپراتورهای دیگر GA در روند بهینه یابی ثابت در نظر گرفته شده است. در نهایت برای مقایسه از مثال های رایج در بهینه یابی وزن و توپولوژی سازه های خرابایی استفاده شده است.

**کلمات کلیدی:** بهینه یابی، الگوریتم ژنتیک، سطح مقطع، توپولوژی، اپراتور جهش

### ۱. مقدمه

الگوریتم ژنتیک (GA)، یکی از روش های فرااکتشافی است که بر پایه قوانین حاکم بر طبیعت بنا شده است. این الگوریتم نخستین بار توسط جان هولند در دانشگاه میشیگان در سال ۱۹۷۵ مطرح شد [۱]. سپس ایده وی توسط جمعی از دانشجویانش همچون گلدبرگ و آن آرور توسعه یافت [۲]. از آن به بعد بسیاری از محققین مقالات متنوعی درباره بسط دامنه کاربرد GA، بهبود نتایج و افزایش سرعت محاسبات ارائه نمودند [۳-۵]. GA امروزه در بهینه یابی سازه ها جایگاه مناسبی دارد و به عنوان یکی از روش های بهینه یابی سازه ها در زمینه الگوریتم های فرااکتشافی مطرح است [۶-۷]. این الگوریتم فضای طراحی را بصورت نقطه به نقطه مورد کاوش قرار می دهد. روند اجرای الگوریتم ژنتیک در بهینه یابی سازه ها بدین صورت است که ابتدا یک جمعیت اولیه از طرح های مختلف سازه با عنوان رشته، به صورت تصادفی تولید می شود. سپس عملگر انتخاب از بین جمعیت اولیه، براساس شایستگی که متناسب با کیفیت طرح موردنظر ارزیابی می شود، جمعیتی منتخب را تعیین می کند. در گام بعدی عملگرهای پیوند و جهش بر روی جمعیت منتخب اثر و جمعیت جدیدی به نام فرزندان را ایجاد می نماید. جمعیت فرزندان جایگزین جمعیت اولیه شده و فرآیند بهینه یابی تا برقراری شرط خاتمه ادامه می یابد. این شیوه منطق کلی الگوریتم ژنتیک در طراحی بهینه سازه ها است. در این راستا طرح بهینه سازه های خرابایی در چهار دسته عمده بهینه یابی سطح مقطع [۸]، بهینه یابی سطح مقطع و هندسه [۹]، بهینه یابی سطح مقطع و توپولوژی [۱۰] و بهینه یابی پیکربندی سازه [۱۱] (سطح مقطع، توپولوژی و هندسه) قابل بررسی است. از این رو مقالات متعددی برای بهینه یابی سازه های خرابایی در زمینه های مختلف مطرح شده است که هر یک با ارائه پیشنهاداتی برای عملگرهای GA سعی در بهبود نتایج داشته اند [۱۲-۱۶].

<sup>۱</sup> [V\\_Kalatjari@shahroodut.ac.ir](mailto:V_Kalatjari@shahroodut.ac.ir)

<sup>۲</sup> [M.H.Talebpour@gmail.com](mailto:M.H.Talebpour@gmail.com)

<sup>۳</sup> [Javad.earthquake@yahoo.com](mailto:Javad.earthquake@yahoo.com)

در این مقاله سعی بر آن است تا ضمن ارائه فرمول بندی و چگونگی بهینه یابی سطح مقطع و توپولوژی سازه های خرپایی از طریق GA، کیفیت ساختارهای متنوع عملگر جهش در فرآیند بهینه یابی مورد بررسی قرار گیرد. برای این منظور در ابتدا فرمول بندی بهینه یابی سطح مقطع و توپولوژی سازه های خرپایی ارائه و سپس در ادامه مراحل مختلف بهینه یابی از طریق GA مطرح شده است. در این راستا ساختارهای متعارف برای عملگر جهش نیز ارائه و مورد بررسی قرار گرفته است. در نهایت با ذکر چند مثال مطرح و رسم نمودارهای سیر همگرایی، تأثیر ساختارهای مختلف عملگر جهش در نیل به نقطه بهینه ارزیابی و مورد بحث قرار گرفته شده است.

## ۲. بهینه یابی سطح مقطع و توپولوژی از طریق GA

### ۱,۲ تعریف مسئله

عموماً برای بهینه یابی سطح مقطع و توپولوژی سازه ها از طریق GA تابع هدف و قیود مسئله بشرح زیر تعریف می شوند [۱۰]:  
بردار سطح مقطع اعضا  $[A]$ ، به نحوی تعیین شود که تابع هدف وزن  $W(A)$  تحت قیود مربوطه کمینه شود:

$$W(A) = \sum_{j=1}^{Ne} \rho A_j L_j \quad (1)$$

$$[A] = [a_1, a_2, \dots, a_{Nos}]^T \quad ; \quad a_i \in S \quad ; \quad i = 1, \dots, Nos \quad (2)$$

$$G1 = \text{خریا از نظر هندسی پایدار باشد} \quad (3)$$

$$G2 = \begin{cases} g_{i2}(A) = 0 & \text{if } \frac{\sigma_{iT}}{\sigma_{all}(Ten)} - 1 \leq 0 \quad ; \quad i = 1, \dots, Net \\ g_{i2}(A) = \frac{\sigma_{iT}}{\sigma_{all}(Ten)} - 1 & \text{if } \frac{\sigma_{iT}}{\sigma_{all}(Ten)} - 1 > 0 \quad ; \quad i = 1, \dots, Net \end{cases} \quad (4)$$

$$G3 = \begin{cases} g_{i3}(A) = 0 & \text{if } \left| \frac{\sigma_{iC}}{\sigma_{all}(Com)} \right| - 1 \leq 0 \quad ; \quad i = 1, \dots, Nec \\ g_{i3}(A) = \left| \frac{\sigma_{iC}}{\sigma_{all}(Com)} \right| - 1 & \text{if } \left| \frac{\sigma_{iC}}{\sigma_{all}(Com)} \right| - 1 > 0 \quad ; \quad i = 1, \dots, Nec \end{cases} \quad (5)$$

$$G4 = \begin{cases} g_{i4}(A) = 0 & \text{if } \left| \frac{\Delta_i}{\Delta_i^{all}} \right| - 1 \leq 0 \quad ; \quad i = 1, \dots, N dof \\ g_{i4}(A) = \left| \frac{\Delta_i}{\Delta_i^{all}} \right| - 1 & \text{if } \left| \frac{\Delta_i}{\Delta_i^{all}} \right| - 1 > 0 \quad ; \quad i = 1, \dots, N dof \end{cases} \quad (6)$$

در روابط (۱) و (۲) تعداد اعضای خرپا،  $L_j$  طول هر عضو از خرپا،  $a_j$  سطح مقطع هر عضو یا مجموعه ای منتخب از اعضای خرپا،  $Nos$  تعداد مقاطع بهینه که بایستی یافته شود و  $S$  مجموعه پروفیل های موجود که مقاطع بهینه از آن انتخاب می شوند.

قید  $G1$ : در روند بهینه یابی با GA، خرپاهای مختلف با توپولوژی های گوناگون، ساخته می شود که ممکن است برخی از این خرپاها، از نظر هندسی ناپایدار باشند. در این مقاله، ناپایداری توپولوژیکی هر خرپا، قبل از انجام عملیات تحلیل سازه تعیین و در صورت عدم پایداری، طرح مربوطه جریمه می شود. این عمل تا حد زیادی حجم عملیات عددی را کاهش و سرعت عملیات بهینه یابی را افزایش می دهد. بدین ترتیب پایداری توپولوژیکی سازه بهینه تضمین می شود. در این راستا برای کنترل برخی از ناپایداری ها با استفاده از رابطه (۷) درجه نامعینی استاتیکی خرپا قبل از شروع عملیات تحلیل سازه مشخص می شود. در صورتیکه درجه نامعینی استاتیکی منفی شود، سازه مربوطه دارای ناپایداری است و طرح مربوطه جریمه می شود.

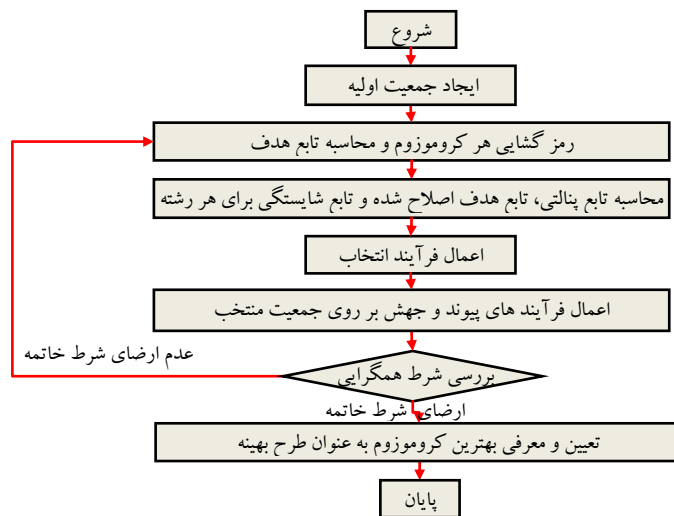
$$ID = Ne + R - NDN \times J \quad (7)$$

در رابطه فوق  $ID$  درجه نامعینی سازه،  $J$  تعداد گره های سازه،  $NDN$  تعداد درجات آزادی هر گره و  $R$  تعداد واکنش های تکیه گاهی است. لازم به ذکر است که در رابطه فوق مقادیر  $J$  و  $Ne$  برای توپولوژی مربوطه به هر رشته تعیین می شود. به عبارت دیگر در صورتیکه گره ای در فرآیند حصول توپولوژی بهینه، کلیه اعضای خود را از دست دهد، گره مفروض در کلیه جهات بسته و در رابطه (۷) شرکت داده نمی شود.

برای بررسی برخی دیگر از ناپایداری ها در روند بهینه یابی از طریق GA از ماتریس سختی سازه استفاده می شود. یک سازه پایدار از نقطه نظر هندسی، دارای ماتریس سختی متقارن و معین مثبت است. لذا می توان گفت در صورتی یک سازه پایدار است که کلیه اعضای قطر اصلی ماتریس سختی تجزیه شده آن در روش چولسکی مثبت و مخالف صفر باشد. به این ترتیب می توان همواره در عملیات تحلیل ماتریسی سازه، قبل از محاسبه تغییر مکان گره های سازه و تنش اعضای خرپا، ماتریس سختی سازه را کنترل نمود. اگر یکی از درایه های قطر اصلی ماتریس سختی تجزیه شده منفی و یا بسیار نزدیک به صفر باشد، عملیات ماتریسی متوقف و کروموزوم مربوطه به سبب ناپایداری جریمه می شود [۱۰].

قیود  $G_2, G_3$ : در یک خرپا با توپولوژی بهینه، می بایست در تمامی اعضا تنش ناشی از ترکیبات بارگذاری در محدوده مجاز و قابل قبول قرار داشته باشد. این مقدار مجاز براساس جنس مصالح اعضای خرپا تعیین می شود. بنابراین در روند بهینه یابی مقاطع و توپولوژی از طریق GA، پس از کنترل پایداری سازه، تنش تک تک اعضای خرپا محاسبه می شود. در صورت نقض قیود بر اساس روابط (۴) و (۵) جریمه ای به کروموزوم مربوطه اعمال می شود. باید توجه داشت که رابطه (۴) مقدار نقض قیود ناشی از تنش کششی اعضای خرپا و رابطه (۵) مقدار نقض قیود ناشی از مقدار تنش فشاری اعضای سازه را محاسبه می نماید. در روابط (۴) و (۵)  $g_{i2}(A)$  میزان نقض قید تنش کششی اعضای خرپا،  $\sigma_{iT}$  تنش کششی عضو  $A$ ،  $\sigma_{all}(Ten)$  تنش مجاز کششی،  $Net$  تعداد اعضای کششی خرپا به ازای توپولوژی موجود،  $g_{i3}(A)$  میزان نقض قید تنش فشاری اعضای خرپا،  $\sigma_{iC}$  تنش فشاری عضو  $A$ ،  $\sigma_{all}(Com)$  تنش مجاز فشاری و  $Nec$  تعداد اعضای فشاری خرپا به ازای توپولوژی موجود است.

قید  $G_4$ : پس از تحلیل خرپای پایدار و محاسبه مقادیر تنش، میزان تغییر مکان گره های فعال سازه محاسبه می شود. در صورتی که تغییر مکان درجه آزادی  $A$ ، در محدوده مجاز باشد، جریمه ای به رشته مورد نظر تعلق نمی گیرد. اما در غیر این صورت، طرح مربوطه متناسب با میزان تحطی جریمه خواهد شد. میزان نقض قید تغییر مکان، بر اساس روابط (۶) بدست می آید. در این روابط  $g_{i4}(A)$  میزان نقض قید تغییر مکان گره های فعال سازه،  $Ndof$  تعداد درجات آزادی فعال گره های سازه،  $\Delta_i$  مقدار تغییر مکان درجه آزادی  $A$  و  $\Delta_i^{all}$  مقدار تغییر مکان مجاز درجه آزادی  $A$  است. حال با داشتن تمامی اطلاعات مسئله، فرآیند بهینه یابی از طریق GA قابل اجرا می باشد. برای این منظور از الگوریتم ارائه شده در شکل ۱ استفاده شده است.



شکل ۱- الگوریتم بهینه یابی سازه ها توسط الگوریتم ژنتیک

## ۲،۲ تولید جمعیت اولیه

از آنجائیکه GA با متغیرهای طراحی رمز شده کار می کند، لذا ضروری است متغیرهای طراحی سطح مقطع به صورت یک رشته رمز شده بیان شود. در میان شیوه های متنوع رمز کردن، در این تحقیق از شیوه رمز کردن دودویی استفاده شده است. بنابراین برای تولید جمعیت اولیه، به تعداد زیررشته های متناظر با متغیر طراحی سطح مقطع اعداد تصادفی دودویی تولید می شود. در بهینه یابی مقاطع منفصل و توپولوژی سازه های خرپایی، متغیرهای طراحی سطح مقطع، اعضای گروه بندی شده می باشند که بایستی از لیست پروفیل های موجود یعنی از مجموعه  $S$  انتخاب گردند. هر متغیر طراحی سطح مقطع می تواند یکی از اعضای لیست مقاطع را اتخاذ کند. متغیر توپولوژیکی، بصورت یک بیت بولی در نظر گرفته شده است که حضور و یا عدم حضور اعضای سازه را مشخص می نماید. بدین منظور یک عدد تصادفی صفر یا یک تولید می شود. عدم حضور عضو با مقدار صفر و حضور عضو با اتخاذ

مقدار یک برای بیت توپولوژی تعریف می شود. در این تحقیق متغیر توپولوژیکی مربوط به هر عضو، در ابتدای زیررشته متغیر طراحی سطح مقطع در نظر گرفته شده است. این کار سبب جلوگیری از همگرایی سریع و ممانعت از حصول بهینه محلی می شود [۸].

### ۳،۲ رمزگشایی هر رشته و محاسبه تابع هدف

هر کدام از رشته های حاصل از مرحله پیش، طرحی در فضای جستجو می باشند. بنابراین هر زیررشته بدون در نظر گرفتن بیت توپولوژی، بیانگر شماره مقطعی از لیست پروفیل های موجود است. با توجه به اینکه یک زیررشته  $LS$  بیتی اعداد صفر تا  $2^{LS}-1$  را کد می کند، مقدار متناظر زیررشته سطح مقطع  $\lambda$  بشرح زیر قابل محاسبه است:

$$b_{LS-1} \dots b_2 b_1 b_0 \Leftrightarrow IR_i = \sum_{j=0}^{LS-1} 2^j b_j \quad (8)$$

در رابطه فوق، هر بیت  $b$  می تواند اعداد صفر یا یک را اختیار کند و به صورت رشته زیر نمایش داده می شود و  $IR_i$  عدد صحیح متناظر با زیر رشته  $\lambda$  می باشد که در محدوده صفر تا  $2^{LS}-1$  قرار دارد. حال برای آنکه  $IR_i$  به شماره مقطع قرار گرفته در لیست پروفیل های  $S$  یعنی  $IS_i$  ارتباط داده شود، از رابطه کلی زیر استفاده می شود:

$$IS_i = \text{Int} \left( IR_i * \frac{(Nos-1)}{(2^{LS}-1)} \right) \quad 1 \leq IS_i \leq Nos \quad ; \quad 0 \leq IR_i \leq 2^{LS}-1 \quad (9)$$

بر اساس رابطه (۹) مقادیر رمزگشایی شده هر زیر رشته متناظر با یکی از اعضای مجموعه  $S$  قرار می گیرد. البته باید توجه داشت که اینکار ممکن است سبب شود برخی از مقاطع لیست پروفیل های موجود، با وزن بیشتری برای متغیر طراحی سطح مقطع انتخاب شوند. پس از مشخص شدن مقدار سطح مقطع هر عضو، بایستی میزان تابع هدف ارزیابی شود. برای این منظور از رابطه (۱) استفاده می شود. باید توجه داشت، اعضایی که دارای بیت توپولوژی صفر می باشند، در رابطه (۱) محاسبه نمی شوند.

### ۴،۲ محاسبه تابع شایستگی

با توجه به آنکه الگوریتم ژنتیک برای مسائل بهینه یابی نامقید بسیار مناسب می باشد، لذا ضروری است مسئله بهینه یابی مقید سطح مقطع و توپولوژی سازه های خرابایی را به یک مساله بهینه یابی نامقید تبدیل کنیم. این کار می تواند با استفاده از تابع پناستی و ایجاد تابع هدف اصلاح شده صورت پذیرد. تابع پناستی یا جریمه، همان طور که از نامش مشخص است، مقداری است که به عنوان جریمه به تابع هدف اعمال می شود؛ این جریمه به دلیل نقض قیود می باشد. طبیعی است که هر عضوی از جمعیت که قیود مسئله را بیشتر نقض نماید، مقدار تابع پناستی متناظر با آن بیشتر است و بالطبع جریمه بیشتری به مقدار تابع هدف مربوط به این رشته اعمال می شود. تعاریف متنوعی برای تابع پناستی در مقالات معرفی شده است. در این تحقیق از تابع پناستی راجیو و کریشنامورتی استفاده شده است. این مرجع تابع پناستی را به صورت زیر تعریف می نماید [۴]:

$$f_{penalty} = W(X) \times K \times C \quad C = \sum_{q=1}^{nlc} \sum_{q=1}^Q \max[0, Gq] \quad (10)$$

در رابطه فوق  $f_{penalty}$  تابع جریمه،  $W(X)$  تابع هدف که وزن سازه است،  $Gq$  میزان نقض سازه در ارتباط با هر یک از قیود،  $X$  بردار متغیرهای طراحی و  $Q$  تعداد کل قیود حاکم بر مساله می باشد.  $nlc$  تعداد حالات بارگذاری و ثابت  $K$  نیز برابر ۱۰ پیشنهاد شده است.

حال با در نظر گرفتن مقادیر تابع پناستی، تابع هدف اصلاح شده و تابع شایستگی تعریف می گردد تا به هر کروموزوم یک مقدار شایستگی اختصاص یابد. راجیو و کریشنامورتی در مقاله خود [۴]، تابع شایستگی و تابع هدف اصلاح شده را به صورت زیر تعریف نموده اند:

$$F_{fitness}(X) = [\varphi_{\max}(X) + \varphi_{\min}(X)] - \varphi(X) \quad \varphi(X) = W(X) + f_{penalty} \quad (11)$$

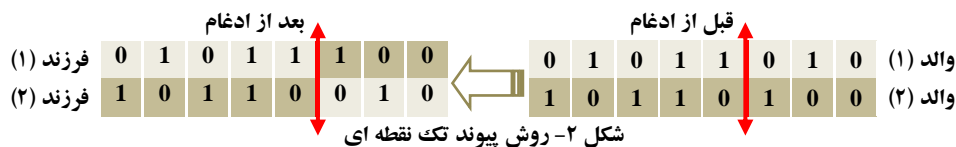
در رابطه فوق  $F_{fitness}$  و  $\varphi(X)$  به ترتیب مقادیر شایستگی و تابع هدف اصلاح شده هر کروموزوم و  $\varphi_{\max}(X)$  و  $\varphi_{\min}(X)$  به ترتیب حداکثر و حداقل مقدار تابع هدف اصلاح شده در جمعیت جاری می باشد. طبق رابطه بالا رشته ای با کمترین مقدار تابع هدف اصلاح شده، بیشترین مقدار شایستگی به آن تعلق می گیرد.

### ۵،۲ فرآیند انتخاب

در فرآیند انتخاب، رشته های شایسته از میان جمعیت به عنوان والد انتخاب می شوند. روش های متنوعی در GA برای انتخاب رشته های شایسته وجود دارد، اما هدف اصلی در همه آن ها انتخاب رشته هایی (طرح هایی) با میزان شایستگی بالا از جمعیت جاری و تکثیر آن ها، طی قرارگیری در مکانی به نام استخر تولید مثل است. رشته های با مقدار شایستگی بالاتر، از شانس بیشتری برای حضور در استخر تولید مثل برخوردار خواهند بود. در این تحقیق از روش مسابقه ای جهت انجام فرآیند انتخاب استفاده شده است [۱۶]. در این روش یک زیر مجموعه کوچک از رشته ها به صورت تصادفی انتخاب و به رقابت می پردازند. معیار رقابت، میزان شایستگی هر کروموزوم است. سرانجام در این رقابت یکی از رشته ها به پیروزی رسیده و به عنوان والد جدید انتخاب می شود. این فرآیند برای انتخاب تمامی والدها به تعداد اعضای جمعیت تکرار می شود [۱۷]. تعداد رشته ها در هر زیرمجموعه کوچک به تعداد اعضای جمعیت بستگی دارد و تحت عنوان سائز رقابت به عهده کاربر گذاشته می شود. اما عموماً دو یا سه کروموزوم برای رقابت انتخاب می شوند [۱۸]. لازم به ذکر است که در تحقیق حاضر از مفهوم شایسته سالاری نیز در طی فرآیند انتخاب استفاده شده است.

## ۶،۲ عملگر پیوند

پس از تکمیل فرآیند انتخاب، نوبت به اعمال فرآیند پیوند بر روی جمعیت منتخب جهت تولید جمعیت فرزندان می رسد. در این تحقیق از پیوند تک نقطه ای استفاده شده است [۱۵]. برای اعمال فرآیند پیوند تک نقطه ای بایستی مجموعه ای از پارامترها بطور تصادفی تولید شوند. این پارامترها به یافتن زوج ها و نقطه قطع جهت اعمال فرآیند پیوند مربوط می شوند. جهت زوج یابی با تخصیص نرخ پیوند،  $P_c$ ، یک عدد تصادفی برای هر کروموزوم تولید و با  $P_c$  مقایسه می شود. در صورتی که این عدد از نرخ پیوند کوچکتر باشد، این کروموزوم برای پیوند انتخاب می شود. پس از آنکه زوج های پیوند دو به دو شناسایی شدند، برای این زوج ها نقطه قطع تصادفی تولید می شود. پیوند تک نقطه ای به شکل ۳ برای زوج ها صورت می پذیرد.



## ۷،۲ عملگر جهش

از دیگر مراحل رایج در عملیات GA که تکامل جمعیت برای نسل بعد را به دنبال خواهد داشت، استفاده از اپراتور جهش است. هدف از بکارگیری اپراتور جهش، کاوش بهتر فضای جستجو و ایجاد پراکندگی بیشتر در محدوده فضای طراحی است. در غیاب عملگر اپراتور جهش در صورتیکه فقط از اپراتور پیوند استفاده شود، پس از طی چندین نسل، رشته برتر به تعداد اعضای جمعیت تکثیر یافته و فرآیند پیوند دیگر نمی تواند هیچگونه تغییری در کیفیت جمعیت فرزندان یا به عبارت دیگر نتایج طرح بهینه ایجاد کند. در فرآیند جهش برای کدگذاری دودویی، با تخصیص نرخ جهش ( $P_m$ )، برای تک تک بیت های فرزندان اعداد تصادفی تولید می شود. در صورتیکه این اعداد از نرخ جهش کوچکتر باشد، مقدار بیت مربوطه از صفر به یک یا بالعکس تبدیل می شود. مقدار مناسب نرخ جهش در کیفیت نتایج تاثیر بسزایی می گذارد. نرخ جهش بالا سبب می شود که نظم جمعیت فرزندان بهم خورده و عملیات GA به سمت روند کاوش تصادفی سوق داده شود در حالیکه نرخ جهش پایین سبب می شود که فضای طراحی بخوبی کاوش نشود [۱۹]. در این راستا شیوه های متفاوتی برای اعمال فرآیند جهش و چگونگی تنظیم نرخ جهش ارائه شده است که در زیر ساختارهایی از رایج ترین شیوه های موجود، خلاصه شده است.

## ۱،۷،۲ جهش با نرخ ثابت

رایج ترین حالت ممکن در اعمال عملگر جهش، استفاده از نرخ ثابت برای کل فرآیند در جهش است. بدین منظور در ابتدا عددی بین صفر تا یک برای  $P_m$  منظور می شود. این مقدار در کل فرآیند بهینه یابی ثابت است. مقادیر بیت های اعضای جمعیت با تولید اعداد تصادفی در بازه صفر و یک و مقایسه آن با مقدار  $P_m$  (در صورت کوچکتر بودن عدد تصادفی بیت مربوطه) تغییر می نمایند [۱۹].

## ۲،۷،۲ جهش با نرخ صعودی

در این حالت از عملگر جهش، فرآیند تقریباً مشابه جهش با نرخ ثابت است. با این تفاوت که نرخ جهش بصورت افزایشی در کل فرآیند تغییر می نماید. به عبارت دیگر در ابتدا احتمال کمی برای نرخ جهش منظور شده و در طی عملیات بهینه یابی، مقدار نرخ جهش بصورت خطی متناسب با نسبت شماره نسل به تعداد کل نسل ها، براساس رابطه زیر افزایش می یابد [۲۰].

$$P_m = P_m^{Min} + (P_m^{Max} - P_m^{Min}) \frac{t}{T} \quad (12)$$

در رابطه فوق،  $P_m^{Max}$  و  $P_m^{Min}$  بترتیب مقادیر حداکثر و حداقل نرخ جهش و  $T$  تعداد کل نسل ها در عملیات بهینه یابی می باشند که در ابتدا منظور می شوند.  $t$  شماره نسل حاضر از عملیات بهینه یابی است.

### ۳,۷,۲ جهش با نرخ نزولی

در این حالت از عملگر جهش، نرخ جهش بصورت کاهشی در کل فرآیند تغییر می نماید. به عبارت دیگر در ابتدا احتمال جهش برای بیت های اعضای جمعیت بالا بوده و در طی عملیات بهینه یابی، مقدار نرخ جهش بصورت خطی متناسب با نسبت شماره نسل به تعداد کل نسل ها براساس رابطه زیر کاهش می یابد [۲۰].

$$P_m = P_m^{Max} - (P_m^{Max} - P_m^{Min}) \frac{t}{T} \quad (13)$$

### ۴,۷,۲ حالت پیشنهادی جهش با نرخ ثابت

در مقاله حاضر در بررسی شیوه های اعمال نرخ جهش، یک شیوه پویا برای عملگر جهش پیشنهاد شده است. بدین منظور در ابتدا تعداد کل نسل سازی ها به تعداد بیت های زیررشته متغیر طراحی سطح مقطع تقسیم و بازه های فرآیند بهینه یابی مشخص می شوند. سپس عملگر جهش معمول بر روی تمامی بیت های هر رشته اعمال می شود. در گام بعدی در طی عملیات بهینه یابی و رسیدن به انتهای بازه اول، نخستین بیت سمت چپ هر زیر رشته سطح مقطع، تثبیت شده و نرخ جهش برای آن برابر صفر منظور می شود و روند بهینه یابی تا پایان بازه دوم از تعداد کل نسل سازی ادامه می یابد. پس از آن نرخ جهش دو بیت سمت چپ برابر صفر منظور شده و این روند تا آخرین بیت زیررشته سطح مقطع ادامه می یابد. در این حالت نرخ جهش برای دیگر بیت های زیررشته سطح مقطع ثابت بوده و تنها برای بیت های تثبیت شده برابر صفر می باشد.

### ۵,۷,۲ حالت پیشنهادی جهش با نرخ نزولی

در این حالت، ساختار اعمال عملگر جهش، مشابه حالت قبل بوده، با این تفاوت که مقدار نرخ جهش در طی فرآیند بهینه یابی برای بیت های فعال، براساس رابطه (۱۳) کاهش می یابد.

### ۸,۲ بررسی شرط همگرایی

روش های متنوعی جهت بررسی شرط خاتمه در الگوریتم های ژنتیک وجود دارد. در این تحقیق، شرط خاتمه الگوریتم با کنترل تعداد مراحل نسل سازی اغناء می شود. به عبارت دیگر الگوریتم ژنتیک مراحل فوق را با تولید جمعیت جدید و ارزیابی شایستگی رشته های آن تا تکمیل تعداد نسل های پیش بینی شده تکرار می کند. زمانی که شرط خاتمه اغناء شود، الگوریتم بهترین رشته را به عنوان طرح بهینه معرفی می نماید [۲۰].

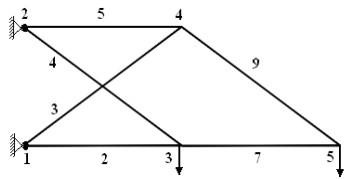
### ۳. مثال های عددی

#### ۱,۳ خرابی مستوی ۱۰ میله ای

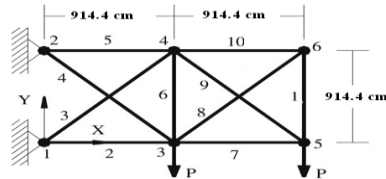
همانند شکل ۳-الف خرابی ۱۰ میله ای مستوی را در نظر بگیرد. نیروهای ۴۴۵/۴- کیلو نیوتن، در قسمت تحتانی خرپا و به گره های ۲ و ۴ در راستای  $Y$  وارد می شوند و برای کلیه اعضای خرپا  $E$  و  $\rho$  بترتیب برابر  $۶۸۹۷۰۰ N/cm^2$  و  $۰.۰۲۷۱۲۶۴ N/cm^3$  در نظر گرفته شده است. مجموعه لیست مقاطع  $S$  نیز بشرح زیر انتخاب می شود.

$$a_i \in S_1 = \left\{ 10, 45, 11, 61, 15, 35, 16, 90, 18, 58, 19, 94, 20, 19, 21, 81, 23, 42, 24, 77, 24, 97, 26, 97, 28, 97, 30, 97, 32, 06, 33, 03 \right\} (Cm^2); i=1, \dots, 10 \quad (14)$$

هدف از این مثال، یافتن سطح مقطع بهینه و بهترین آرایش برای اعضای خرپا تحت قیود تنش ( $\pm 17240 \text{ N/cm}^2$ ) و تغییر مکان ( $5/08 \text{ cm}$ ) است. نتایج حاصل از عملیات بهینه یابی توسط GA در جدول ۱ و شکل ۳-ب قابل مشاهده است.



شکل ۳-ب طرح بهینه برای خرپای مستوی ده میله ای

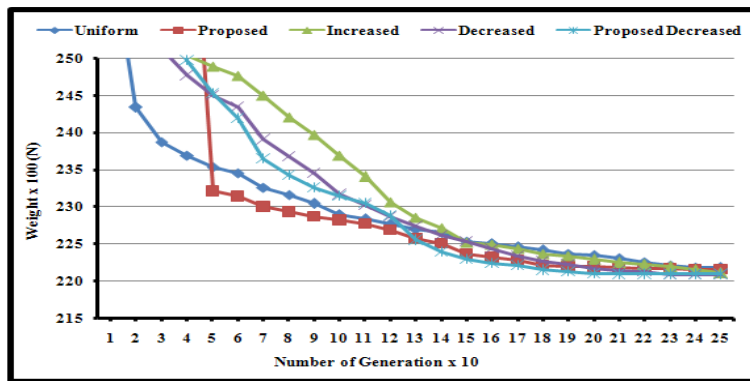


شکل ۳-الف خرپای مستوی ده میله ای

جدول ۱- نتایج طرح بهینه خرپای ده میله ای

cm <sup>2</sup> سطح مقطع اعضا										وزن N
A <sub>10</sub>	A <sub>9</sub>	A <sub>8</sub>	A <sub>7</sub>	A <sub>6</sub>	A <sub>5</sub>	A <sub>4</sub>	A <sub>3</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>1</sub>	
--	۱۴۱/۹۴	--	۱۰۰	--	۱۹۳/۵۵	۴۶/۵۸	۱۴۱/۹۴	۱۲۸/۳۹	--	۲۲۰۵۸/۰۶

این مثال توسط حالات مختلف عملگر جهش مورد ارزیابی قرار گرفته است. تمامی حالات مذکور به طرح بهینه دست یافته اند و تنها تفاوت آن ها در سرعت نیل به نقطه بهینه می باشد. شکل ۴ سیر تکاملی فرآیند بهینه یابی را توسط حالات مختلف اعمال عملگر جهش را نشان می دهد.



شکل ۴- سیر تکاملی فرآیند بهینه یابی توسط عملگرهای مختلف جهش برای خرپای ۱۰ میله ای

## ۲،۳ خرپای فضایی ۲۵ میله ای

در این مثال به بررسی خرپای فضایی ۲۵ میله ای پرداخته می شود (شکل ۵-الف). برای این مثال E و  $\rho$  بترتیب برای تمامی اعضا برابر  $\text{N/cm}^2$  و  $689700$  و  $0.271264 \text{ N/cm}^3$  در نظر گرفته شده است. تغییر مکان مجاز گره های ۱ و ۲ در جهات X و Z برابر  $0.89 \text{ cm}$  فرض شده است. جدول ۲ گروه بندی اعضای خرپای مذکور و تنش های مجاز کششی و فشاری و جدول ۳ بارهای مؤثر بر سازه را برحسب KN نشان می دهد.

جدول ۲- تنش های مجاز کششی و فشاری و گروه بندی اعضا

شماره گروه	شماره گره دو انتهای اعضا	تنش مجاز فشاری	تنش مجاز کششی	شماره گروه	شماره گره دو انتهای اعضا	تنش مجاز فشاری	تنش مجاز کششی
۱	۱-۲	۲۴۲۰۴	۲۷۵۹۰	۵	۳-۴، ۵-۶	۲۴۲۰۴	۲۷۵۹۰
۲	۲-۶، ۱-۵، ۲-۳، ۱-۴	۷۹۹۴	۲۷۵۹۰	۶	۳-۱۰، ۶-۷، ۴-۹، ۵-۸	۴۶۶۲	۲۷۵۹۰
۳	۱-۶، ۱-۳، ۲-۴، ۲-۵	۱۱۹۳۶	۲۷۵۹۰	۷	۳-۸، ۴-۷، ۶-۹، ۵-۱۰	۴۶۶۲	۲۷۵۹۰
۴	۳-۶، ۴-۵	۲۴۲۰۴	۲۷۵۹۰	۸	۳-۷، ۴-۸، ۵-۹، ۶-۱۰	۷۶۶۴	۲۷۵۹۰

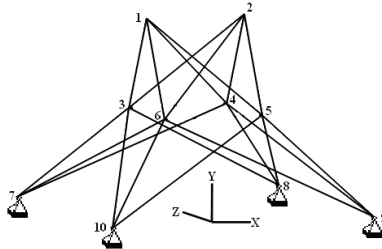
جدول ۳- بارگذاری مؤثر بر خرپای فضایی ۲۵ میله ای

وضعیت بارگذاری	شماره گره نیرو در جهت X	نیرو در جهت Y	نیرو در جهت Z	وضعیت بارگذاری	شماره گره نیرو در جهت X	نیرو در جهت Y	نیرو در جهت Z
----------------	-------------------------	---------------	---------------	----------------	-------------------------	---------------	---------------

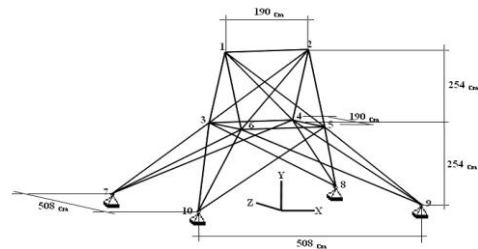
۸۹	-۲۲/۲۵	--	۱	۲	۴۴/۵	-۲۲/۲۵	۴/۴۵	۱
					۴۴/۵	-۲۲/۲۵	--	۲
-۸۹	-۲۲/۲۵	--	۱		--	--	۲/۲۲۵	۳
					--	--	۲/۲۲۵	۶

نتایج حاصل از بهینه یابی توسط GA براساس مقاطع لیست S در جدول ۴ و شکل ۵-ب قابل مشاهده است.

$$a_i \in S = \{0.774, 1.255, 2.142, 3.348, 4.065, 4.632, 6.542, 7.742, 9.032, 10.839, 12.671, 14.581, 21.483, 34.839, 44.516, 52.903, 60.258, 65.226\} (cm^2); i=1, \dots, 8 \quad (15)$$



شکل ۵-ب طرح بهینه برای خرپای فضایی ۲۵ میله ای

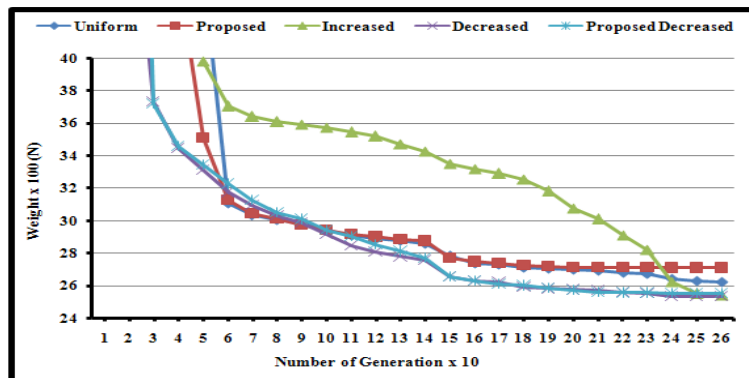


شکل ۵-الف خرپای فضایی ۲۵ میله ای

جدول ۴- نتایج طرح بهینه خرپای فضایی ۲۵ میله ای

سطح مقطع اعضا های هر گروه $cm^2$							وزن N
A <sub>8</sub>	A <sub>7</sub>	A <sub>6</sub>	A <sub>5</sub>	A <sub>4</sub>	A <sub>3</sub>	A <sub>2</sub>	
۱۴/۵۸۱	۱۲/۶۷۱	۶/۵۴۲	--	--	۲۱/۴۸۳	۱۰/۸۳۹	۲۵۱۷/۲۳۷

برای این مثال نیز همانند مثال پیشین، حالات مختلف عملگر جهش مورد ارزیابی قرار گرفته است. تمامی حالات مذکور به طرح بهینه دست یافته اند و تنها تفاوت آن ها در سرعت نیل به نقطه بهینه می باشد. شکل ۶ سیر تکاملی فرآیند بهینه یابی را توسط حالات مختلف عملگر جهش، نشان می دهد.



شکل ۶. سیر تکاملی فرآیند بهینه یابی توسط عملگرهای مختلف جهش برای خرپای فضایی ۲۵ میله ای

#### ۴. نتیجه گیری

از نتایج حاصل در این تحقیق می توان به حساسیت فرآیند بهینه یابی نسبت به عملگر و نرخ جهش اشاره نمود. از آنجا که نرخ جهش بالا سبب بی نظمی در جمعیت فرزندان شده و عملیات GA به سمت روند کاوش تصادفی سوق داده شود، لذا هیچ گاه استفاده از نرخ جهش بالا توصیه نمی گردد. از سوی دیگر نیز نرخ جهش پایین سبب می شود که فضای طراحی بخوبی کاوش نشود. بنابراین توصیه می شود از نرخ جهش متغیر در عملیات بهینه یابی استفاده شود. از سوی دیگر همان طور که در نمودارهای (۴) و (۵) مشاهده می شود، جهش با نرخ افزایشی، کارآیی مناسبی در بهینه یابی سازه های مذکور نسبت به حالات دیگر نداشته است. بنابراین پیشنهاد می شود از نرخ جهش کاهشی در عملیات بهینه یابی استفاده شود.





از سوی دیگر نیز روش پیشنهادی در دو حالت نرخ جهش ثابت و نرخ جهش کاهش، سرعت مناسبی در نیل به نقطه بهینه دارند. این روش ها، بخصوص روش پیشنهادی با نرخ کاهش سریعتر از دیگر حالات مورد بحث، به سمت نقطه بهینه حرکت کرده و زودتر از حالات دیگر به حوالی و نیز نقطه بهینه دست یافته است. دلیل این امر را می توان تثبیت بیت های ابتدایی رشته سطح مقطع در روش پیشنهادی و نیز کاهش نرخ جهش در طی عملیات بهینه یابی دانست. به بیان دیگر با تثبیت بیت های ابتدایی رشته سطح مقطع در طی عملیات بهینه یابی، بازه تغییر متغیر سطح مقطع، در لیست مقاطع موجود بواسطه عملگر جهش، در طی عملیات بهینه یابی، به آهستگی کوچک می شود و در اواخر عملیات بهینه یابی بواسطه عملگر جهش، متغیر سطح مقطع تنها با سطح مقطع های بالایی و پایینی خود در لیست مقاطع جابجا می شود. از آنجاییکه این مطلب در اواخر عملیات بهینه یابی اتفاق می افتد، احتمال کسب بهینه محلی و یا گرفتاری در نقطه بهینه محلی کاهش می یابد، چراکه در اوایل فرآیند بهینه یابی تمامی بیت های رشته سطح مقطع در معرض تغییر بواسطه عملگر جهش قرار دارند. به بیان دیگر این شیوه سبب تنظیم جستجوی موضعی پس از یافتن محدوده طرح بهینه در اواخر فرآیند بهینه یابی می شود.

## ۵. مراجع

1. Holland, J.H. (1992), "Adaptation in Natural and Artificial System", The University of Michigan (1975) and MIT Press, Cambridge, MA.
2. Goldberg, D.E. (1989), "Genetic Algorithm in Search, Optimization and Machine Learning", Addison-Wesley, Reading, MA.
3. Jenkins, W.M. (1991), "Towards structural optimization via the Genetic algorithm," Computer and Structures, **40**, pp 1321-1327
4. Rajeev, S. and Krishnamoorthy, C.S. (1992), "Discrete Optimization Of Structures Using Genetic Algorithms," ASCE, Journal of Structural Engineering, **118** (5), pp 1233-1250.
5. Lin, C.Y. and Hajela, P. (1992), "Genetic Algorithm in optimization problems with discrete and integer design variables," ASCE, Engineering Optimization, **19**, pp309-327.
6. Cheng, J. (2010), "Optimum design of steel truss arch bridges using a hybrid genetic algorithm," Journal Constructional Steel Research, **66**, pp 1011-1017.
7. Dede, T., Bekiroğlu, S. and Ayvaz, Y. (2010), "Weight Minimization of trusses with genetic algorithm," Applied Software Computation,
8. Kaveh, A. and Kalatjari, V. (2002), "Genetic Algorithm for Discrete-Sizing Optimal Design of Trusses Using the Force Method," International Journal of Numerical Methods in Engineering, **55**, pp 55-72.
9. Kaveh, A. and Kalatjari, V. (2004), "Size/Geometry Optimization of Trusses by the Force Method and Genetic Algorithm," Z. Angew. Math. Mech, **84**, pp 347-357.
۱۰. کلات جاری، و. ر. و طالب پور، م. ح. (۱۳۸۸)، "آموزش کاهش تأثیر پارامترهای الگوریتم ژنتیک در بهینه یابی سطح مقطع و توپولوژی سازه های خرابایی توسط روش جستجوی چندمنظوره"، نشریه علمی و پژوهشی فناوری آموزش، سال چهارم، جلد ۴، شماره ۱، صفحات ۵۷-۷۲.
11. Rahami, H., Kaveh, A., and Gholipour, Y., (2008), "Sizing, geometry and topology optimization of trusses via force method and genetic algorithm," Engineering Structures, **30** (9), pp 2360-2369.
12. Kaveh, A. and Kalatjari, V. (2003), "Topology Optimization of trusses using genetic algorithm, force method and graph theory" International Journal for Numerical Methods in Engineering, **58**(3), pp 771-791.
13. Tang, W., Tong, L., and GU, Y. (2005), "Improved genetic algorithm for design optimization of truss structures with sizing, shape and topology variables," International Journal for Numerical Methods in Engineering, **62**, pp737-1762.
14. Toğan, V. and Daloğlu, T.A. (2006), "Optimized of 3d trusses with adaptive approach in genetic algorithms," Computers and Structures, **28**, pp 1019-1027.
۱۵. کلات جاری، و. ر. و طالب پور، م. ح. و رحیمی، و. (۱۳۹۰)، "بهینه یابی سطح مقطع و توپولوژی سازه ها از طریق الگوریتم ژنتیک و بررسی تأثیر اپراتورهای ادغام در روند بهینه یابی"، مجموعه مقالات ششمین کنگره ملی مهندسی عمران، دانشگاه سمنان، سمنان، ایران، ۶-۷ اردیبهشت.



۱۶. کلات جاری، و. ر. و طالب پور، م. ح. (۱۳۹۰)، "بهینه یابی سطح مقطع و توپولوژی سازه ها از طریق الگوریتم ژنتیک و بررسی روش های گوناگون فرآیندانتخاب در روند بهینه یابی،" مجموعه مقالات ششمین کنگره ملی مهندسی عمران، دانشگاه سمنان، سمنان، ایران، ۶-۷ اردیبهشت.

17. Yang, J. and Soh, C.K. (1997), "Structural Optimization by Genetic Algorithms With Tournament Selection," ASCE, Journal of Computing in Civil Engineering, **11**(3), pp 195-200.
18. Sahab, M.G., Toropov, V.V. and Ashour, A.F. (2004), "A Hybrid Genetic Algorithm for Structural Optimization Problems," Asian Journal of Civil Engineering (Building and Housing), **5**, pp 121-143.
19. Sivanandam, S.N. and Deepa, S.N. (2008), "Introduction to Genetic Algorithms", Springer-Berlin Heidelberg, Newyork.
20. Haupt, R.L. and Haupt, E. (2001), "Practical Genetic Algorithms", 2nd ed, John Willey & Sons, Newyork.