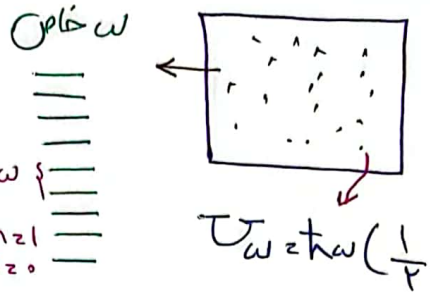
گاز فوتونی:



$$g(\omega)d\omega = \frac{V\omega^2}{\pi^2 c^3}d\omega \qquad U = \sum_\omega U_\omega = \int g(\omega)U_\omega d\omega$$

$$Z_\omega = \sum e^{-\beta\hbar\omega(n+\frac{1}{2})} = \frac{e^{-\frac{1}{2}\beta\hbar\omega}}{1-e^{-\beta\hbar\omega}} \longrightarrow U_\omega = -\partial\beta \ln Z_\omega$$

$$U = \left(\frac{V\pi^2 k_B^2}{15\, c^3\hbar^3}\right)T^4 \qquad P = \frac{1}{3}uc = \frac{1}{3}\frac{U}{V}c = \sigma T^4$$

$$\sigma = \frac{uc}{4T^4} = \frac{\pi^2 k_B^4}{60\, c^2\hbar^3} = 5.67\times 10^{-8}\ \frac{W}{m^2 K^4} \qquad U_m = -\partial\beta \ln Z_\omega$$

تابع پارش

$$Z = \prod_\omega Z_\omega = \prod_\omega \frac{1}{1-e^{-\beta\hbar\omega}} \qquad \ln Z = -\sum_\omega \ln(1-e^{-\beta\hbar\omega}) =$$

$$= \int g(\omega)d\omega(1-e^{-\beta\hbar\omega})d\omega = \frac{-V}{\pi^2 c^3}\int_0^\infty \omega^2 \ln(1-e^{-\beta\hbar\omega})d\omega$$

$$= \frac{\beta\hbar V}{3\pi^2 c^3}\int_0^\infty \frac{\omega^3}{e^{\beta\hbar\omega}-1}d\omega = \frac{V}{3\pi^2 c^3\beta^3\hbar^3}\, g(\epsilon)n(\epsilon) =$$

$$F = -\frac{1}{\beta}\ln Z = -\frac{4\sigma V}{3c}T^4 \qquad \frac{V\pi^2(k_B T)^3}{45\hbar^3 c^3} = \frac{4V\sigma^2}{3k_B c}T$$

$$\ln Z = \frac{4V\sigma}{3k_B c}\frac{1}{\beta^3} \qquad \int_0^\infty \frac{x^3}{e^x-1}dx = \underset{\text{zeta}}{\Delta}(4)\Gamma(4)$$

$$U = -\frac{\partial}{\partial\beta}\ln Z = \frac{4V\sigma}{c}T^4$$

$$P = -\left(\frac{\partial F}{\partial V}\right)_T = \frac{4\sigma}{3c} T^4 = \frac{U}{3V} = \frac{1}{3} u$$

$$U = \int_0^\infty \underbrace{\frac{\hbar}{\pi^2 c^3} \frac{\omega^3}{e^{\beta\hbar\omega} - 1}}_{u_\omega} d\omega = \int_0^\infty u_\omega d\omega$$

انرژی طیفی

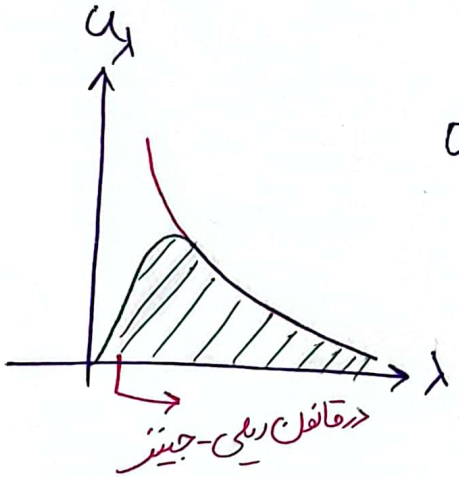
$$u_m = \frac{\hbar}{\pi^2 c^3} \frac{\omega^3}{e^{\beta\hbar\omega} - 1} \quad \text{توزیع جسم سیاه} \quad \rightsquigarrow u_\nu = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{\nu^3}{e^{\beta h\nu} - 1}, \quad u_\lambda = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{\beta hc}{\lambda}} - 1}$$

بسامدها کم
طول موج‌ها زیاد
انرژی‌ها کم

$$\beta h\nu = \frac{h\nu}{k_B T} \ll 1$$

$$e^{\beta h\nu} \approx 1 + \beta h\nu + \cdots \Rightarrow u_\nu = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{\nu^3}{\beta h\nu} = \frac{8\pi k_B T \nu^2}{c^3}$$

$$\Rightarrow u_\lambda = \frac{8\pi k_B T}{\lambda^4}$$ قانون ریلی-جینز

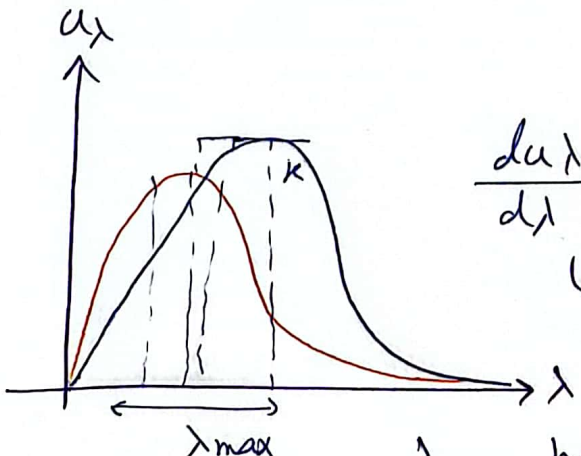


$$U = \int_0^\infty u_\lambda d\lambda = 8\pi k_B T \int_0^\infty \frac{1}{\lambda^4} d\lambda = \infty$$

واگرایی فرابنفش

$$u_\lambda = \frac{8\pi}{\beta\lambda^4} \left(\frac{hc\beta}{\lambda}\right) \frac{1}{e^{\beta hc/\lambda} - 1}$$

تصحیح کوانتومی نسبیتی



$$\frac{du_\lambda}{d\lambda} = 0 \Rightarrow \lambda_{max} T = \text{ثابت} = 2.9\,\text{nmK}$$

قانون وین (Wien)

$$\lambda_{max} = \frac{\text{ثابت}}{T}$$

$$h\nu = \frac{hc}{\lambda}$$ انرژی فوتون‌ها

$\frac{hc}{\lambda}$ ~ $k_B T$ → انرژی حرارتی

ضرایب انیشتین : ضرایبی هستند که به سیستم مادی که در تعادل ترمودینامیکی با تابش است مربوط هستند.

مادی که سیستم مولکول‌های آن ۲ ترازی است

برای سادگی فرض می‌کنیم مولکول‌ها سیستم ۲ ترازی‌اند؛ بعضی‌ها در تراز ۱ و بعضی‌ها در تراز ۲

N_2 ○○

$\hbar\omega$

N_1 ○○○

آهنگ واپاشی $\rightarrow A_{21} N_2$ ← ثابت

گسیل خود بخودی

جمعیت در تراز ۲ کم می‌شود

$$\frac{dN_2}{dt} = -A_{21} N_2 \rightarrow N_2 = N_2(0)\, e^{-\frac{t}{\tau}} \rightarrow \tau = \frac{1}{A_{21}}$$

زمان میانگین واپاشی

می‌خواهیم به این سیستم فوتون بتابانیم ← یک حالت ← می‌تواند فوتون ذرات را برانگیخته کند ← ضرایب جذبی خواهیم داشت

$\rightarrow N_1 U_\omega B_{12}$ ← جذب

(با چگالی انرژی خاصی)

حالت دیگر ← اتفاق گوناگونی بیفتد ← گسیل القایی

$\rightarrow N_2 U_\omega A_{12}$ ← باعث می‌شه مولکول‌هایی که در تراز ۲ هستند (یا برانگیخته) انرژی از دست بدهند و بیان

تراز پایین

که تابش باعث شده ذرات از تراز بیان

گسیل خودبخودی — گسیل القایی

آهنگ جذب = آهنگ گسیل

$$N_1 U_\omega B_{12} = N_2 A_{21} + N_2 U_\omega A_{12}$$

ضرایب انیشتین

$$U_\omega = \frac{\frac{A_{21}}{A_{12}}}{\frac{N_1 B_{12}}{N_2 A_{12}} - 1} = \frac{\frac{A_{21}}{A_{12}}}{\frac{B_{12}}{A_{12}} \frac{g_1}{g_2} e^{+\beta\hbar\omega} - 1} = \frac{\hbar}{\pi^2 c^3} \frac{\omega^3}{e^{\beta\hbar\omega} - 1}$$

$$\frac{N_2}{N_1} \propto e^{-\beta\hbar\omega} \Rightarrow \frac{N_2}{N_1} = \frac{g_2}{g_1} e^{+\beta\hbar\omega}$$

نسبت تبهگنی‌های ۲ تراز

دفاتر مرجان MARJAN

CamScanner