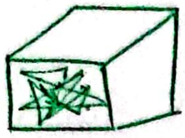
*** ترمودینامیک و مکانیک آماری ۲ :

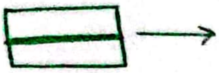
• آمار ← میانگین $E[x]$

واریانس σ



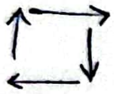
داخلش کنترلی N تا نقطه $E[x] = \bar{x}$

✓ اطلاعاتی از سیستم نداریم

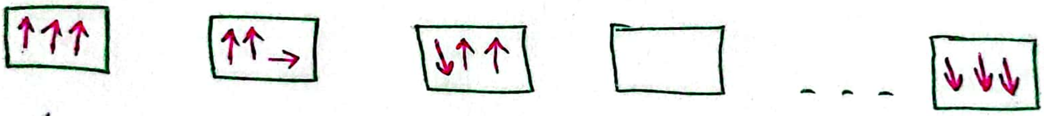


ترسناکه Pulsar

✓ کنترلی روی سیستم نداریم ← مجبوریم بارها آزمایش را انجام بدهیم.



آنسامبل $\equiv$ کپی ذهنی از یک سیستم ترمودینامیکی (Gibbs)

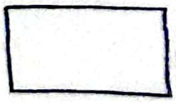


میکروحالت

---

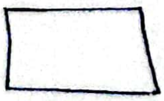
* آنسامبل‌ها

۱- آنسامبل میکروکانونی: آنسامبل سیستم‌هایی که همه انرژی ثابت دارند.



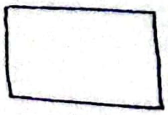
انرژی ثابت

۲- آنسامبل کانونی: آنسامبل سیستم‌هایی که همشون دماهاشون ثابت است و در تماس با یک مخزن گرمایی هستند.



مخزن گرمایی (دما ثابت)

۳- آنسامبل کانونی بزرگ: آنسامبل سیستم‌هایی که هم در تماس با مخزن گرمایی هستند هم در تماس با مخزن ماده هستند.



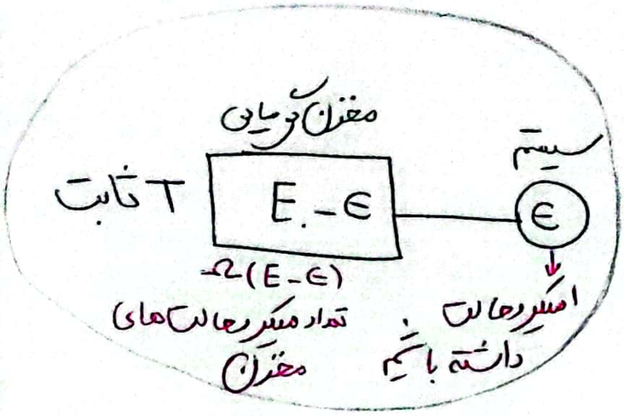
مخزن گرمایی

مخزن ماده (T, μ)

انسامبل کانونی:

احتمال متناسب است با تعداد میکروحالت ها.

$$\frac{1}{k_BT}=\frac{d\ln\Omega}{dE}$$



$$\text{سیستم}=\Omega(E)=1$$

$\Omega(E-\epsilon) \longrightarrow$ تعداد میکروحالتهای مخزن

★ احتمال اینکه سیستم انرژی ϵ داشته باشد:

$$e^{x+y}=e^{x}e^{y}$$

$$P(\epsilon)\propto 1\times\Omega(E-\epsilon)$$

$$|\epsilon|\ll E$$

$$\ln\Omega(E-\epsilon)=\ln\Omega(E)-\frac{d\ln\Omega(E)}{dE}\epsilon+\cdots$$

$$=\ln\Omega(E)-\frac{\epsilon}{k_BT}+\cdots$$

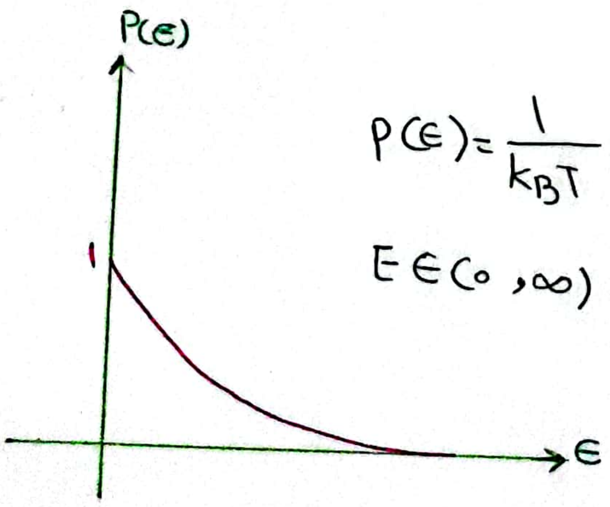
$$\Omega(E-\epsilon)=\Omega(\epsilon)e^{-\epsilon/k_BT}\ \cdots$$

$$P(\epsilon)\propto 1\times\Omega(E-\epsilon)$$

$$\boxed{P(\epsilon)\propto \underbrace{e^{-\epsilon/k_BT}}_{\text{فاکتور بولتزمن}}}$$

تابع توزیع ماکسول

* سیستم هایی که محدوده مطالعه می کنیم سیستم های انسامبل کانونی است چون در ارتباط با محیط است ومحیط آنقدر بزرگ است که دمایش ثابت می ماند.



$$P(\epsilon)=\frac{1}{k_BT}e^{-\epsilon/k_BT}$$

$$E\in(0,\infty)\qquad \int_0^\infty P(\epsilon)\,d\epsilon=1 \Rightarrow \int_0^\infty e^{-\epsilon/k_BT}=$$

$$=-k_BT\,e^{-\epsilon/k_BT}\Big|_0^\infty=k_BT$$

$\epsilon \gg k_B T \qquad P \longrightarrow 0$

$\epsilon \approx k_B T$

$$P(\epsilon) \propto \underbrace{e^{-\frac{\epsilon}{k_B T}}}_{\text{فاکتور بولتزمان}}$$

تابع توزیع احتمال : تابع توزیع ماکسول - بولتزمان

- فاکتور بولتزمان: می‌گویند اگر سیستمی را در تماس با مخزن گرمایی قرار دهیم و یک‌دفعه انرژی را اندازه بگیریم، حدوداً انرژی آن برابر با انرژی است که مخزن گرمایی به آن دیکته کرده است.

تعریف آماری دما $\Longrightarrow$

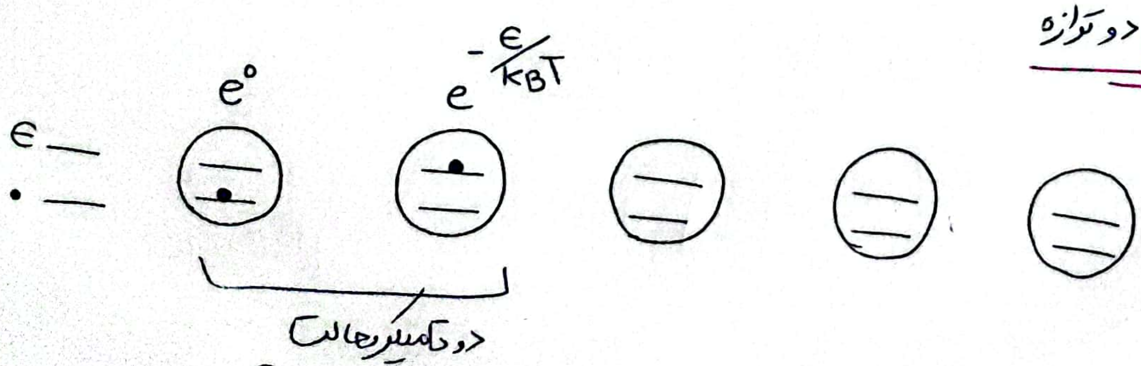
$$\frac{1}{k_B T} \equiv \frac{d}{dE} \log \Omega(E)$$

$$\{r\} \qquad P(\epsilon_r) = \frac{e^{-\frac{\epsilon_r}{k_B T}}}{\sum_s e^{-\frac{\epsilon_s}{k_B T}}} = \frac{e^{-\frac{\epsilon_r}{k_B T}}}{Z}$$

$Z \longrightarrow$ تابع پارش Partition function

- هر سیستمی بود ابتدا تابع بنیادی آن را بدست می‌آوریم و بعد به دنبال بقیه‌ی چیزهای خواسته شده در مسئله می‌رویم.

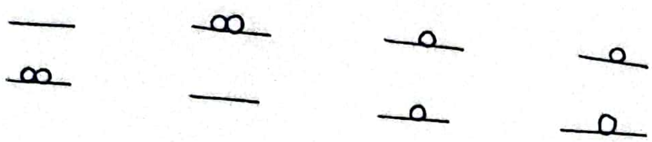
*** مثال: سیستم دو ترازه



$$Z = 1 + e^{-\frac{\epsilon}{k_B T}}$$

$$P(\epsilon) = \frac{e^{-\epsilon/k_BT}}{1+e^{-\epsilon/k_BT}} \qquad P(0) = \frac{1}{1+e^{-\epsilon/k_BT}}$$

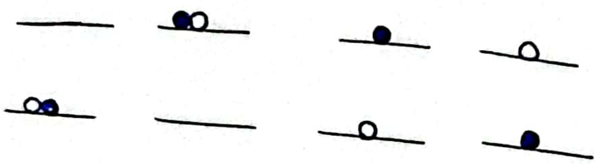
* دو ذره در سیستم دو ترازه:



سه میکروحالت

اینجا تبهگنه

← تبهگنی باعث می‌شود میکروحالت های ما کم شود.



چهار میکروحالت

تبهگنه

← تبهگنی بوجود آمده تعداد میکروحالتهای ما کم شد.

*** گداخت:

$$\underbrace{p^+ + p^+}_{\text{دافعه کولنی}} \longrightarrow d^+ + e^+ + \nu^-$$

نیو

$$E = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \sim 1\ MeV \qquad r = 10^{-15}\ m$$

$$T = 10^{7}\ K$$

$$P \sim e^{-\epsilon/k_BT} \sim 10^{-400} \text{ ؟}$$

* احتمال اینکه دو تا پروتون در آستانه گداخت باشن.

← احتمالش صفره

* نباید در خورشید گداختی صورت بگیرد ولی صورت می‌گیرد به دلیل تونل زنی کوانتومی