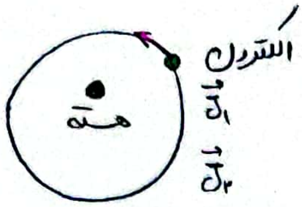
*** مکانیک کوانتومی ۲ :

* جمع تکانه‌های زاویه‌ای :

- تکانه زاویه‌ای اندازه بگیریم چ



یک بعدی ← یک مؤلفه چرخشی داریم

1D چرخش (L, m) ← اوربیتال

تکانه زاویه‌ای

$\vec{L}(L_x, L_y, L_z)$

$L_x, L_y, L_z, |\vec{L}|^2$ → اندازه به توان ۲ $\qquad [L_i, L_j] = i\hbar\, \epsilon_{ijk} L_k$

(L^2, L_z) → بزرگترین مجموعه دو به دو را پیدا کنیم، بزرگترین مجموعه عناصر دو به دو باهم جابجای شدنی

$L^2|L,m\rangle = \hbar^2 L(L+1)|L,m\rangle$

* فرض کنیم: $\vec{J}_1, \vec{J}_2$, $[J_1, J_2] = 0$

$L_z|L,m\rangle = \hbar m|L,m\rangle$

$J^2|J,m\rangle = \hbar J(J+1)|J,m\rangle$

$\vec{J} = \vec{J}_1, \vec{J}_2$ → تکانه زاویه‌ای کل

$J_z|J,m\rangle = \hbar m|J,m\rangle$

تکانه زاویه‌ای کل

$\vec{J}_1 : (J_1^2, J_z)$

$J_1^2|J_1,m_1\rangle = \hbar J(J_1+1)|J_1,m_1\rangle$

$J_{1z}|J_1,m_1\rangle = \hbar m_1|J_1,m_1\rangle$

$\vec{J}_2 : (J_2^2, J_{2z})$

$J_2^2|J_2,m_2\rangle = \hbar^2 J_2(J_2+1)|J_2,m_2\rangle$

$J_{2z}|J_2,m_2\rangle = \hbar m_2|J_2,m_2\rangle$

سیستم دوتایی $\vec{J} + \vec{J}_2$

$|J_1,J_2,m_1,m_2\rangle = |J_1,m_1\rangle \otimes |J_2,m_2\rangle$

$(J_1^2, J_2^2, J_{1z}, J_{2z})$

$J_1^2|J_1,J_2,m_1,m_2\rangle = \hbar J_1(J_1+1)|J_1,J_2,m_1,m_2\rangle$

⋮

$J_{1\pm} = J_{1x} \pm i J_{1y}$ $\qquad J_{1\pm}|J_1, m_1\rangle = \frac{1}{\hbar}\sqrt{(J_1 \mp m_1)(J_1 \pm m_1 + 1)}\,|J_1 m_1 + 1\rangle$

$J_{2\pm} = J_{2x} \pm i J_{2y}$

$$J_{1\pm}|J_1, J_2, m_1, m_2\rangle = \hbar\sqrt{(J_1 \mp m_1)(J_1 \pm m_1 + 1}\,|J_1, J_2, m_1 \pm 1 m_2\rangle$$

$\vec{J}_1, \vec{J}_2$ $\qquad J = \vec{J}_1 + \vec{J}_2$ $\qquad J^2, J_{x1} + J_y, J_z \qquad (J^2, J_z)$

$[J^2, J_1^2]$

$J_1^2, J_{1x}, J_{1y}, J_{1z}$

$J_2^2, J_{2x}, J_{2y}, J_{2z}$

$$\Rightarrow [(J_1 + J_2)\cdot(J_1 + J_2), J_1^2] = [J_1^2 + J_1\cdot J_2 + J_2 J_1 + J_2^2, J_1^2] = 0$$

$$[J_Z, J_1^2] = [J_{1z} + J_{2z} + J_1^2] = 0 \longrightarrow$$ دقیقاً

برای J_2 اندیس ها را عوض می کنیم چون مثل J_1 عمل می کنیم.

$$[J_1^2, J_{1z}] = [J_1^2 + J_2^2 + \underbrace{J_1\cdot J_2 + J_2\cdot J_1}_{2J_1\cdot J_2}, J_{1z}] =$$

$$2J_{1x}J_{2x} + 2J_{1y}J_{2y} + 2J_{1z}J_{2z} \neq 0$$

$|J_1 \cancel{, J_2}, J, m\rangle$

$J^2|J_1 \cancel{, J_2}, J, m\rangle = \hbar J(J+1)|J_1, J_2, J, m\rangle$

$J_Z|J_1 \cancel{, J_2}, J, m\rangle = \hbar m|J_1, J_2, J, m\rangle$

$J_1^2|J_1 \cancel{, J_2}, J, m\rangle = \hbar J_1(J_1+1)|J_1, J_2, J, m\rangle$

$J_2^2|\cancel{J_1, J_2}, J, m\rangle = \hbar J_2(J_2+1)|J_1, J_2, J, m\rangle$

$|J, m\rangle$

* ضرایب کلبش - گوردن:

$|J, m\rangle$ پایه جدید

$|J_1, J_2, m_1, m_2\rangle$ پایه قدیم

$$\underbrace{|J,m\rangle}_{\text{پایه‌ها جدید}} = 1|J,m\rangle = \sum_{m_1,m_2} \underbrace{|J_1,J_2,m_1,m_2\rangle}_{\text{پایه قدیم}} \underbrace{\langle J_1,J_2,m_1,m_2|Jm\rangle}_{\text{ضرایب کلبش-گوردن}}$$

$$(2J_1+1)(2J_2+1) \longrightarrow$$ mها انفرادی است.

$$(2J_1+1)(2J_2+1) = \sum_{J_1-J_2}^{J_1+J_2} (2J+1)$$

* فرض: ضرایب CG حقیقی هستند

* ضرایب کلبش-گوردن = CG

Clebsch Gordan

$$\langle J_1,J_2,m_1,m_2\rangle = \langle J,m|J_1,J_2,m_1,m_2\rangle$$

$$\langle J,m|J,m\rangle = 1 \qquad \langle J_1,J_2,m_1,m_2\rangle|J_1,J_2,m_1,m_2\rangle = 1$$

$$\langle J_1,J_2,m_1,m_2|\sum |J,m\rangle\langle J,m|J_1,J_2,m_1,m_2\rangle = 1$$

$$\sum_{J,m} \langle J_1,J_2,m_1,m_2|J,m\rangle\langle J,m|J_1,J_2,m_1,m_2\rangle = 1$$

$$\Longrightarrow \sum_{J,m} \left(\langle J_1,J_2,m_1,m_2|J,m\rangle\right)^2 = 1$$

$$\longrightarrow \sum_{m_1,m_2} \left(\langle J_1,J_2,m_1,m_2|J,m\rangle\right)^2 = 1$$