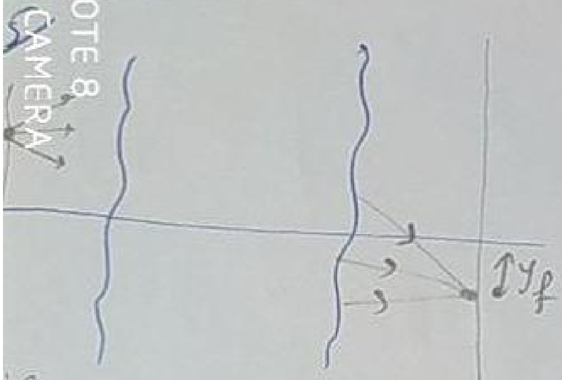
$y_f = A y_0$ ← $B=0$ 3)

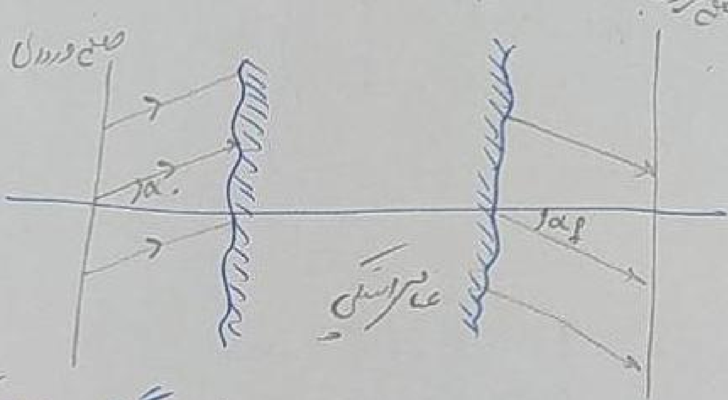
تمام پرتوهای ناشی از یک نقطه با ارتفاع y_0
در صفحه ورودی به یک نقطه با ارتفاع y_f در صفحه خروجی وارد شود.



$A = \frac{y_f}{y_0}$ ضریب بزرگنمایی خطی

نقطه شی و تصویر، صفحه‌های ورودی و خروجی
صفحه‌های مزدوج برای دستگاه اپتیکی هستند

(4 $C=0$ → $\alpha_f = D\alpha_0$ ← تمام پرتوهای ورودی هم‌راستا، پرتوهای خروجی موازی ایجاد
می‌کنند.



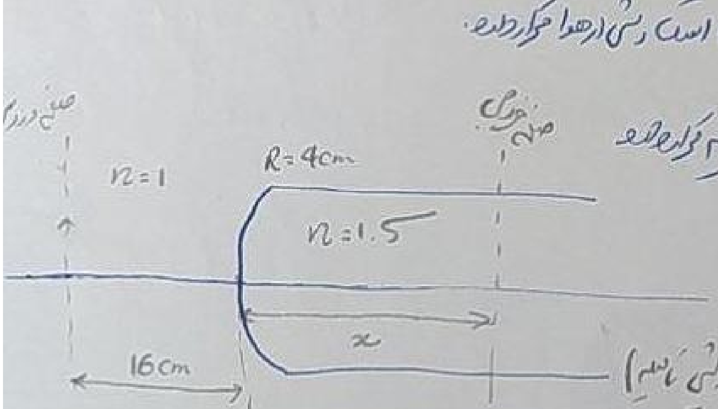
$D = \frac{\alpha_f}{\alpha_0}$ → بزرگنمایی زاویه‌ای

این دستگاه ← دستگاه تلسکوپی نامیده می‌شود
↓
پرتوهای موازی وارد عدسی شیئی شده و پرتوهای موازی برای بررسی چشمی
خارج می‌شود

مثال: شی نقطه‌ای را در فاصله 16cm از سر یک میله دراز پلاستیکی قرار می‌دهیم که
سر میله دارای شعاع 4cm است. ضریب شکست پلاستیک 1.5 است. شی در هوا قرار دارد.

فرض کنید تصویر مجهول در صفحه خروجی به فاصله x از سر کروی میله قرار دارد.

محاسبه تصویر (x) و بزرگنمایی خطی را بدست آورید.



سه ماتریس داریم
① ماتریس انتقال T_1 (در هوا از شی تا میله)
② شکست در سطح کروی R
③ انتقال T_2 در پلاستیک تا تصویر

ـ مدارهای پرتو:

ـ از لحاظ عملی، پرتوهای نوری که در اکثر سیستم‌ها نقش مهمی در دستگاه اپتیکی نهایت دارند، در واقع مجموعه پرتوهای نزدیک به محور اپتیکی هستند.

ـ برای تعیین مسیر واقعی تک‌تک پرتوهای نور در دستگاه‌های اپتیکی باید هر پرتو را مستقل و تنها با استفاده از قوانین بازتاب و شکست همراه با هندسه، ردیابی کرد.

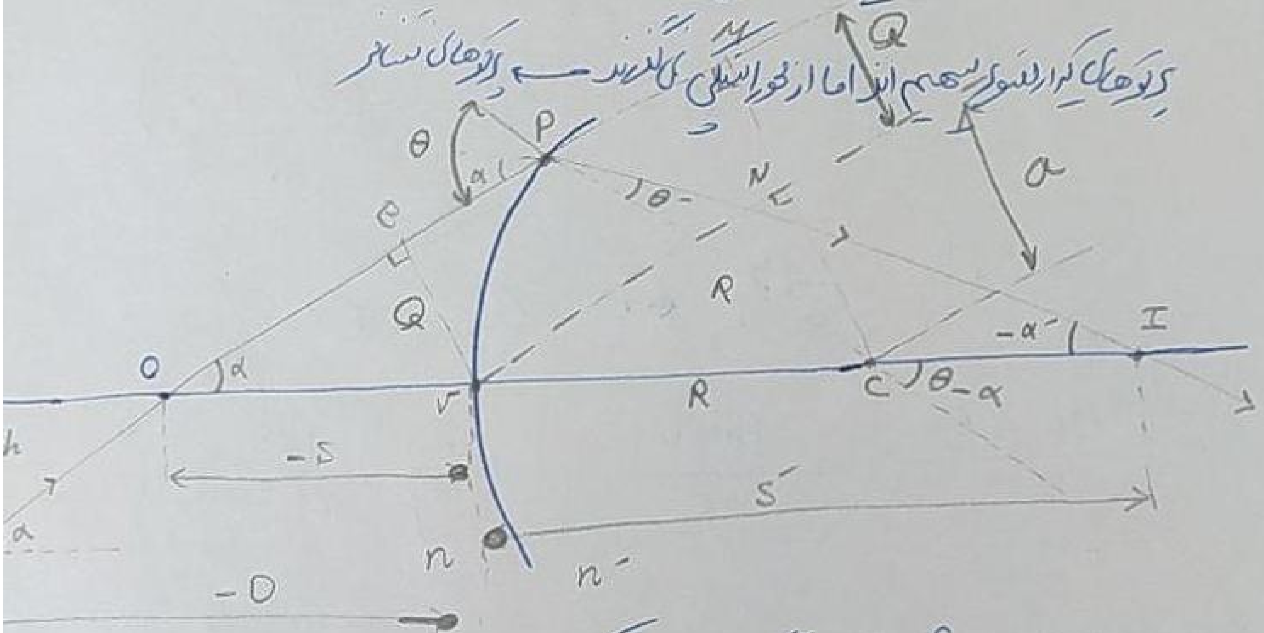
↓

ردیابی پرتو

نرم‌افزار ← BEAM2

پرتوهایی را بررسی می‌کنیم که از محور اپتیکی دستگاه می‌گذرد

پرتوهای کنار محور [illegible] اند اما از محور اپتیکی نمی‌گذرند ← پرتوهای مایل



پرتو انتشار یافته از نقطه A تابش می‌شود (تابیده می‌شود) و با محور اپتیکی زاویه α می‌سازد.

↓

این پرتو از محور اپتیکی در O می‌گذرد و سپس با سطح شکست در P تلاقی می‌کند.

↓

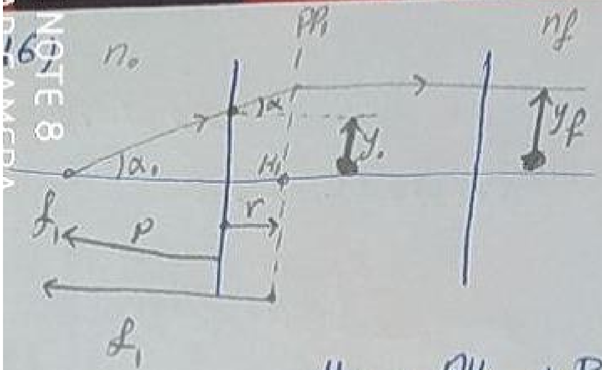
به درون محیط با ضریب شکست n' شکسته می‌شود و محور را در I قطع می‌کند

زاویه فرود θ و زاویه شکست θ' ← طبق قانون اسنل

نقاط O و I نقاط مزدوج‌اند. فاصله‌های s و s' از راس سطح [illegible]

فاصله‌های کانونی از صفحه‌ی اصلی را هم به سادگی حساب

و در مرحله بعد روش ترسیمی.



مختصات پرتو ورودی (α_0, y_0)

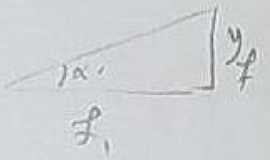
$$y_f = Ay_0 + B\alpha_0 \leftarrow$$ خروجی $(y_f, 0)$ = =

$$0 = Cy_0 + D\alpha_0 \longrightarrow y_0 = -\left(\frac{D}{C}\right)\alpha_0$$

برای زوایای کوچک $\longrightarrow$ $\tan\alpha_0 \equiv \dfrac{y_0}{-P} \Rightarrow \alpha_0 = \dfrac{y_0}{-P}$

F_1 نسبت P از سمت چپ صفحه ورودی منفی است

$$P = -\frac{y_0}{\alpha_0} \; \circledast \quad \Rightarrow \quad P = \frac{D}{C}$$



$$\alpha_0 = \frac{y_f}{-f_1} \rightarrow f_1 = -\frac{y_f}{\alpha_0} = \frac{-(Ay_0 + B\alpha_0)}{\alpha_0}$$

$$\rightarrow f_1 = -A\frac{y_0}{\alpha_0} - B = \frac{AD}{C} - B$$

$$\rightarrow f_1 = \frac{AD - BC}{C} = \frac{\mathrm{Det}(M)}{C} = \left(\frac{n_0}{n_f}\right)\frac{1}{C}$$

$$\longrightarrow r = P - f_1 = \frac{D}{C} - \frac{n_0}{n_f} \times \frac{1}{C}$$

منفی است

$$r = \frac{1}{C}\left(D - \frac{n_0}{n_f}\right)$$

$$M = J_2 R J_1 \longrightarrow M = \begin{pmatrix} 1 & x \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1-1.5}{4(1.5)} & \frac{1}{1.5} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 16 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\longrightarrow M = \begin{pmatrix} 1 & x \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 16 \\ \frac{-.5}{60} = \frac{-1}{12} & 2/3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - x/12 & 16 - 2x/3 \\ -1/12 & -2/3 \end{pmatrix}$$

وقتی شیء و تصویر داریم که $B = 0$ باشد

← صفحه خروجی صفحه تصویر است.

$$M = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \longrightarrow M = \begin{pmatrix} A & 0 \\ C & D \end{pmatrix}$$

$$16 - \frac{2x}{3} = 0 \longrightarrow 16 = \frac{2x}{3} \Rightarrow x = 24\,cm$$

بزرگنمایی عرضی $m = \frac{y_f}{y_0} = A \longrightarrow m = 1 - x/12 = -1$

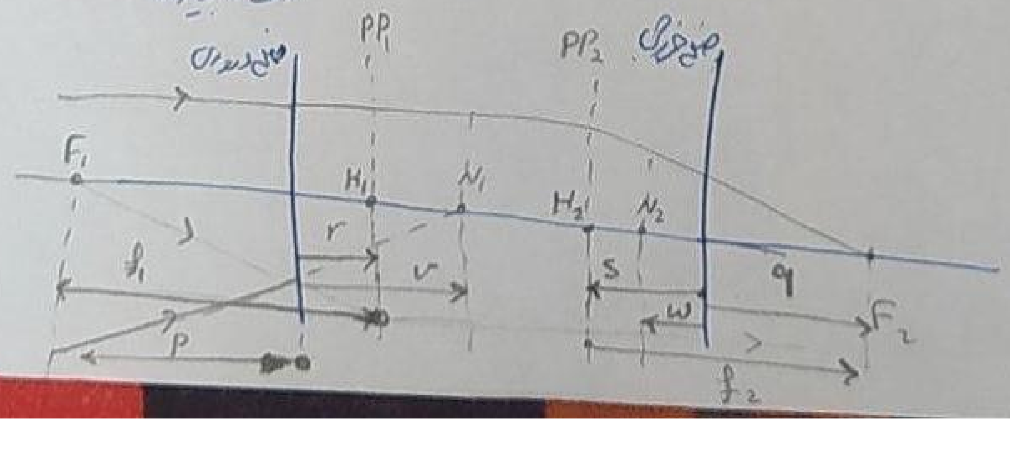
تصویر در فاصله $24\,cm$ داخل میله و وارون است.

و دارای اندازه شیء است.

– موقعیت نقاط اساسی برای دستگاه اپتیکی:

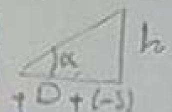
← خواص هر دستگاه اپتیکی را می‌توان از عناصر ماتریس تبدیل پرتو دستگاه به دست آورد

← باید روابط حاکم بین A و B و C و D را با نقاط اساسی بنویسیم



پارامترهای ورودی | ارتفاع h، زاویه α، فاصله D

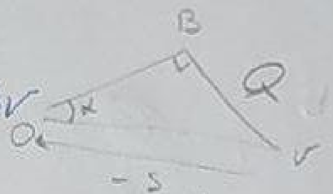
فاصله‌ها از طرف راس تا نقطه در جهت انتشار مثبت هستند



$$\tan\alpha = \frac{h}{+D + (-S)} \Rightarrow \frac{h}{\tan\alpha} = -S + D$$

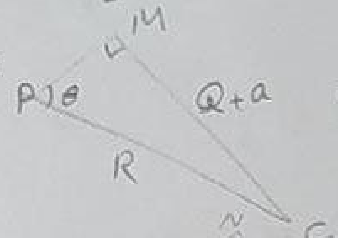
$$S = D - \frac{h}{\tan\alpha}$$

ΔOBV



$$\sin\alpha = \frac{Q}{-S}$$

ΔPMC



$$\sin\theta = \frac{Q+a}{R}$$

ΔVNC

$$\sin\alpha = \frac{a}{R}$$

$$a = R\sin\alpha$$

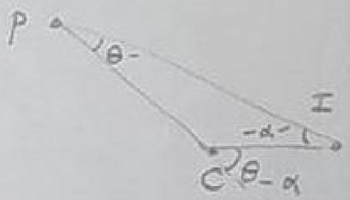
طرفین را تقسیم

$$\Rightarrow \sin\theta = \frac{Q}{R} + \sin\alpha$$

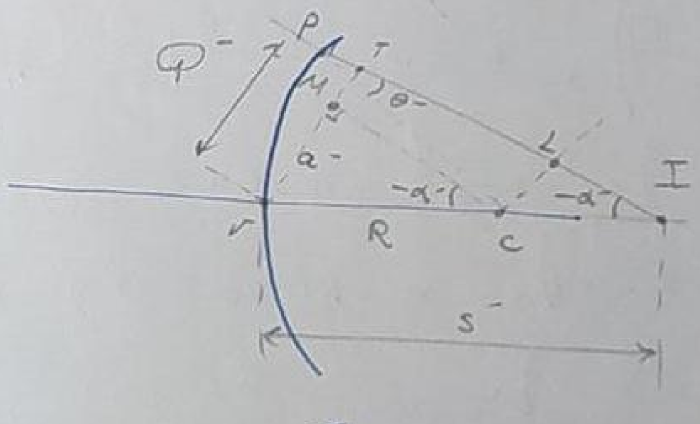
قانون اسنل در P

$$n\sin\theta = n'\sin\theta^-$$

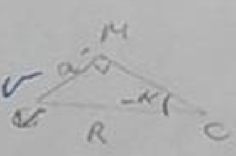
ΔCPI



$$\theta - \alpha = \theta^- - \alpha^-$$

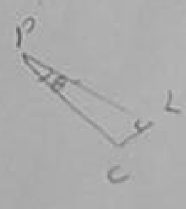


ΔCMV



$$\sin(-\alpha^-) = a^-/R$$

ΔPLC



$$\sin\theta^- = \frac{Q^- - a^-}{R}$$

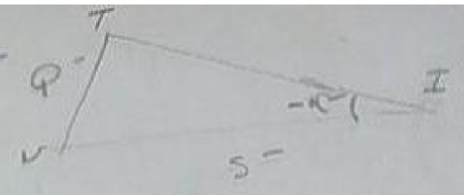
تشابه مثلث

$$a^- = -R\sin\alpha^-$$

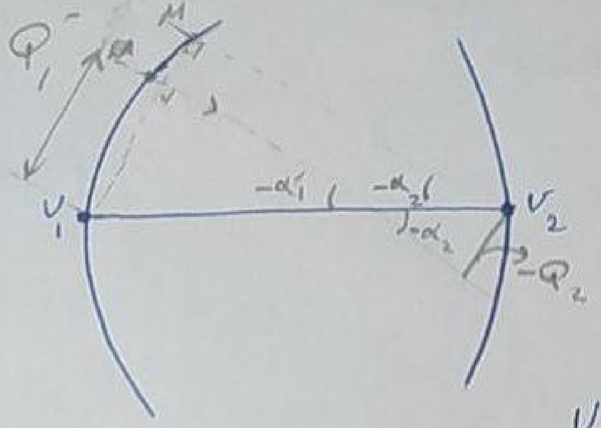
a^- را می‌گذاریم

$$Q^- = R\sin\theta^- - R\sin\alpha^- = R(\sin\theta^- - \sin\alpha^-)$$

$\triangle ITV$



$$\sin(-\alpha^-) = \frac{Q^-}{S^-}$$
$$\downarrow$$
$$S^- = \frac{Q^-}{-\sin\alpha^-} \checkmark$$



$\triangle V_2 M V_1$

$$\sin(-\alpha_2) = \frac{V_1M}{t}$$

$$V_1M = Q_1^- - Q_2$$
$$\downarrow$$
$$-\sin\alpha_2 = \frac{Q_1^- - Q_2}{t} \Rightarrow Q_2 = Q_1^- + t\sin$$

سوالات:

مسطحی

$\left(R\to\infty \Rightarrow S = D - \frac{h}{\tan\alpha}\right)$ ، $\left(\alpha = 0 \to \text{پیرامحوری}\right)$ پرتوهای نزدیک محور $\leftarrow S = D - \frac{h}{\tan\alpha}$ -1

$(R\to\infty,\ Q = -S\sin\alpha)$ ، $(\alpha = 0 \to Q = h)$ $\leftarrow Q = -S\sin\alpha$ -2

— ، $\left(\alpha = 0 \to \theta = \sin^{-1}\left(\frac{Q}{R} + \sin\alpha\right)\right) \leftarrow \theta = \sin^{-1}\left(\frac{Q}{R} + \sin\alpha\right)$ -3

— ، $\left(\alpha = 0 \to \theta^- = \sin^{-1}\left(\frac{n\sin\theta}{n^-}\right)\right) \leftarrow \theta^- = \sin^{-1}\left(\frac{n\sin\theta}{n^-}\right)$ -4

$R\to\infty$, $\alpha^- = \sin^{-1}\left(\frac{n}{n\sin\alpha}\right)$ ، $(\alpha = 0 \to \alpha^- = \theta^- - \theta + \alpha) \leftarrow \alpha^- = \theta^- - \theta + \alpha$ -5

$Q^- = Q\frac{\cos\alpha^-}{\cos\alpha}$ ، $(\alpha = 0,\ Q^- = R(\sin\theta^- - \sin\alpha^-)) \leftarrow Q^- = R(\sin\theta^- - \sin\alpha^-)$ -6

$R\to\infty,\ S^- = -\frac{Q^-}{\sin\alpha^-}$ ، $\left(\alpha = 0,\ S^- = -\frac{Q^-}{\sin\alpha^-}\right) \leftarrow S^- = -\frac{Q^-}{\sin\alpha^-}$ -7

$R_1 = -120.8\,mm,\ t_1 = 6\,mm,\ n_1 = 1.521$

$R_2 = -34.6\,mm,\ t_2 = 2\,mm,\ n_2 = 1.58$

$R_3 = -96.2\,mm,\ t_3 = 3\,mm,\ n_3 = 1.514$

$R_4 = -51.2\,mm$

...ی پرتو را برای دو پرتو در عبور از عدسی عکاسی
مشتق از سه عنصر انجام دهید - پرتوها از فاصله بی‌نهایت
در ارتفاع‌های 1mm و 5mm موازی محور اپتیکی
وارد عدسی می‌شوند.

~~$R_1 = -120.8\,mm$~~

~~R_2~~

موازی محور $\alpha = 0$

$h = 5$ تصویر

$Q = 5$

$\theta = \sin^{-1}\left(\frac{5}{-120.8}\right) = -0.041\,rad$

$\theta' = \sin^{-1}\left(\frac{1 \times -0.041}{1.521}\right) = -0.027\,rad$

$\alpha' = -0.027 + 0.041 = 0.014\,rad$

$\downarrow$

$\alpha' = 0.8^\circ$

$Q' = -120.8(-0.027 - 0.014) = 5$

$s' = -\frac{Q'}{\sin\alpha'} = -\frac{5}{0.014} = 357$

$h = 1$ تصویر

$\downarrow$

$Q = 1$

$\theta = \sin^{-1}\left(\frac{1}{-120.8} + 0\right) = -0.008\,rad$

$\theta' = \sin^{-1}\left(\frac{1 \times 0.008}{1.521}\right) = 0.0052\,rad$

$\alpha' = \theta' - \theta + \alpha = -0.0052 + 0.008 + 0 = 0.0028\,rad$

$Q' = -120.8(\sin\theta' - \sin\alpha')$

$= -120.8(-0.0052 - 0.0028)$

$Q' \simeq 1$

$s' = -352.65$

سطح اول:

$n = 1,\ n' = 1.521$

$\alpha = 0$

$h = 1\,mm$ or $5\,mm$

$R = -120.8\,mm$

$\downarrow$

$= 0.16^\circ$

سطح دوم:

$Q = Q' + t\sin\alpha'_2 = 1.017$

$\theta = \sin^{-1}\left(Q/R + \sin\alpha\right) =$

$= \sin^{-1}\left(\frac{1.07}{-34.6} + 0\right)$

$t = 6$

$n = 1.581$

$R = -34.6$

مثال: یک موج تخت:

$y(x,t) = 0.35 \sin(3\pi x - 10\pi t + \pi/4)$

- طول موج، فرکانس، سرعت و فاز اولیه را بدست آورید

- جابجایی را در $x = 10cm$ ، $t = 0$ بدست آورید

$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2}{3} m$

$\nu = f = \frac{\omega}{2\pi} = 5Hz$

$\varphi_0 (x=0 \text{ و } t=0) = \pi/4$

سرعت موج $v = \nu\lambda = 5 \times \frac{2}{3} = \frac{10}{3} = 3.33 m/s$; or $\varphi = 3\pi x - 10\pi t + \frac{\pi}{4} = cte$

$\downarrow$

$d\varphi = 3\pi dx - 10\pi dt = 0$

$\frac{dx}{dt} = \frac{10\pi}{3\pi} = \frac{10}{3} = 3.33$

جابجایی $\begin{matrix} x = 10cm \\ t = 0 \end{matrix} \rightarrow y(0.1, 0) = 0.35 \sin(3\pi \times 0.1 - 0 + \pi/4) = +0.346m$

- امواج هارمونیک با اعداد مختلط:

$y = Ae^{i(kx - \omega t)}$

$Re(y) = A\cos(kx - \omega t)$ و $Im(y) = A\sin(kx - \omega t)$

- امواج تخت:

به عنوان مثال $\psi = A\sin(kx - \omega t)$

$\downarrow$

یک موج تخت که در جهت $+x$ حرکت می‌کند $\xrightarrow[t=0]{} \psi = A\sin kx \longrightarrow$ در این $x = cte$

$\downarrow$

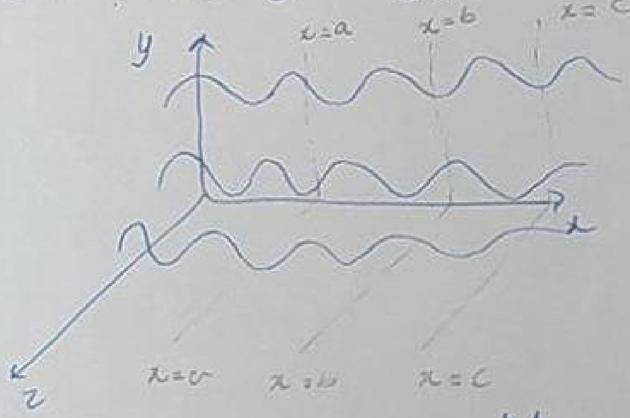
$\varphi = kx = cte$

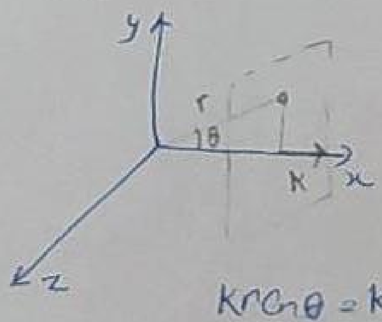
$\downarrow$

سطوح با فاز ثابت

$\downarrow$

این سطوح را جبهه موج می‌نامیم





$x = r\cos\theta$

$\downarrow$

$\psi = A\sin(kr\cos\theta)$

$kr\cos\theta = k \cdot r$

$\Rightarrow \psi = A\sin(k \cdot r - \omega t) \longrightarrow k \cdot r = k_x x + k_y y + k_z z$

$\rightarrow \psi = A e^{i(k.r-\omega t)} \xrightarrow{\text{معادله موج}} \nabla^2\psi = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}$

- امواج کروی:

آشفتگی که موج‌های جبهه نیستند ناشی از یک چشمه نقطه‌ای در یک محیط همگن زمان ایستا را با آهنگ یکسان در تمام جهات کسیل

↳ در این مورد سطوح فاز ثابت یا جبهه موج سطوح کروی هستند که مرکز آنها در چشمه است

$\psi = \frac{A}{r} e^{i(k.r-\omega t)}$

$\mu_0 =$ تراوایی خلا $= 4\pi\times10^{-7}\ \frac{kgm}{(As)^2}$

$\varepsilon_0 = 8.8542\times10^{-12}\ \frac{(CS)^2}{kgm^3}$

امواج الکترومغناطیسی

$E = CB \quad \& \quad C = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}$

$u_E = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$

$u_B = \frac{1}{2\mu_0} B^2 \;\Big\}\; u_B = \frac{1}{2\mu_0}\left(\frac{E}{C}\right)^2 = \left(\frac{\varepsilon_0\mu_0}{2\mu_0}\right)E^2 = u_E$

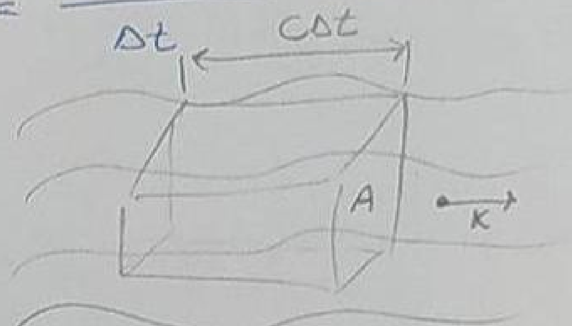
$u_B = u_E + u_B = 2u_E = 2u_B$

$\hookrightarrow u = \varepsilon_0 E^2 = \frac{1}{\mu_0} B^2$

$\hookrightarrow$ توان $= \frac{\text{انرژی}}{\Delta t} = \frac{u\,\Delta V}{\Delta t} = \frac{u(AC\Delta t)}{\Delta t} = uCA$

(حجم، Δl)

توان منتقل شده از واحد سطح $\rightarrow S = uC$



شدت انرژی $= \sqrt{u}\sqrt{u} = (\sqrt{\varepsilon_0}\,E)\left(\frac{B}{\sqrt{\mu_0}}\right) = \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}EB = \varepsilon_0 CEB$

$\downarrow$

بردار پوینتینگ $\leftarrow S = \varepsilon_0 C^2 EB \xrightarrow{\text{شکل کلی}} S = \varepsilon_0 C^2 E\times B$

E, B که تابع تغییر سریع $(\nu = 10^{14}-10^{15}\,Hz)$ هستند $\rightarrow S$ (بردار پوینتینگ) تابع تند تغییر از زمان خواهد بود

در واحد سطح و واحد زمان مقدار متوسط انرژی تابش الکترومغناطیسی منتقل شده است $\longrightarrow$ میانگین E_e

$E_e = \langle |S| \rangle = \varepsilon_0 C^2 \langle E_0 B_0 \sin^2(k.r \mp \omega t)\rangle$ (متوسط زمانی) $\xrightarrow{\text{در واحد سطح}}$ (از رابطه داریم) $\begin{pmatrix}\langle \sin^2\theta\rangle = \frac{1}{2} \\ \langle \cos^2\theta\rangle = \frac{1}{2}\end{pmatrix} \rightarrow E_e = \frac{1}{2}\varepsilon_0 C^2 E_0 B_0 = \frac{1}{2}\varepsilon_0 C E_0^2$