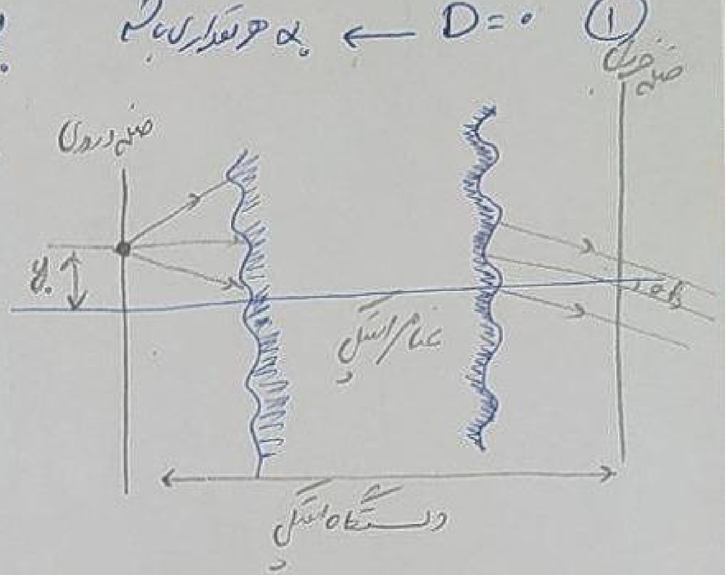
- صفر بودن عناصر ماتریس دستگاه:

$$\begin{pmatrix} y_f \\ \alpha_f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_0 \\ \alpha_0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{cases} y_f = Ay_0 + B\alpha_0 \\ \alpha_f = Cy_0 + D\alpha_0 \end{cases}$$

① $D = 0 \leftarrow$ α_0 هر مقداری باشد $\alpha_f = Cy_0$, $y_0 = cte$



تمام پرتوهایی که از یک نقطه در صفحه ورودی صادر می‌شوند مستقل از زاویه‌ای که در این صفحه دارند دارای یک زاویه خروجی α_f در صفحه خروجی هستند

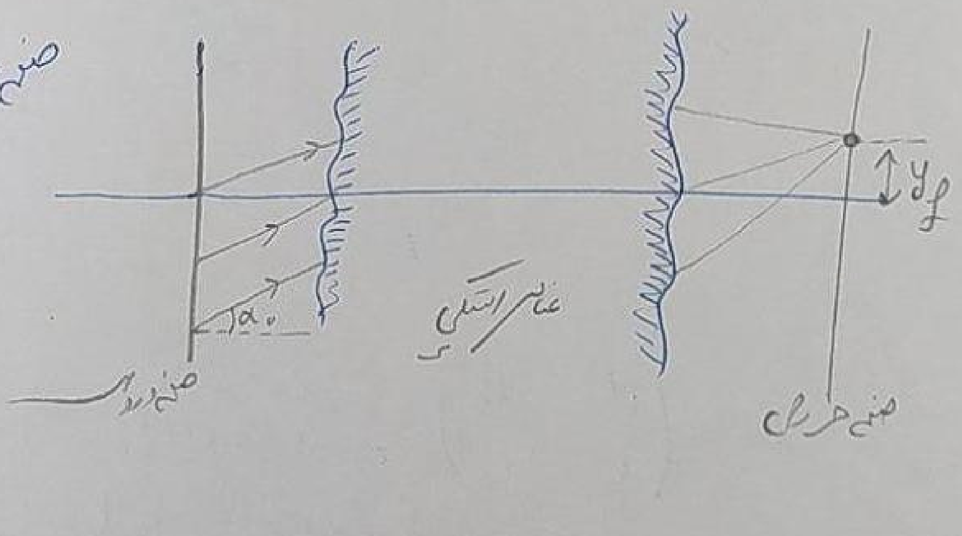
موازی هستند

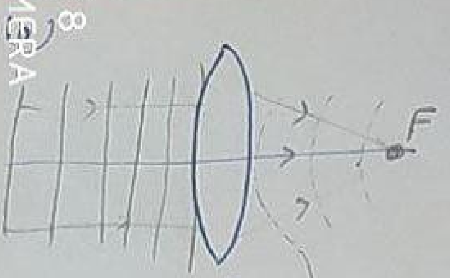
صفحه ورودی بر صفحه کانونی اول دستگاه اپتیکی منطبق است.

② $A = 0 \rightarrow y_f = B\alpha_0 \rightarrow$ y_f مستقل از y_0 است

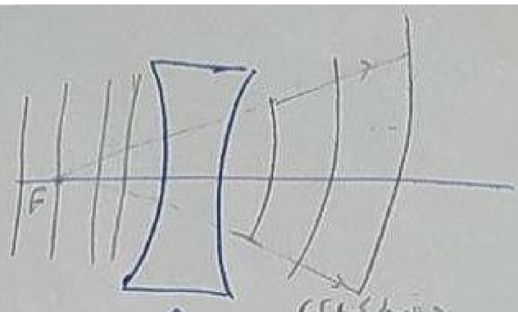
تمام پرتوهایی که از صفحه ورودی (با هر ارتفاعی) تحت یک زاویه صادر می‌شوند در یک ارتفاع y_f به صفحه خروجی می‌رسند.

صفحه خروجی همان صفحه کانونی دوم است





$f > 0$



جبهه موج کروی

$f < 0$

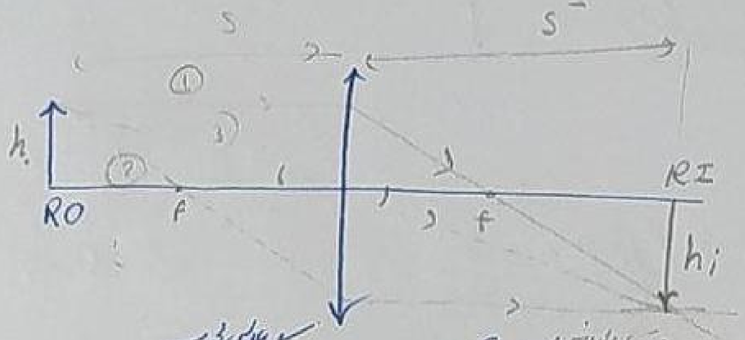
شعاع‌ها عمود بر جبهه موج‌اند
جبهه موج عمود بر شعاع‌ها

کانون حقیقی

اگر عدسی در وسط ضخیم‌تر باشد باعث همگرایی پرتوها می‌شود
" نازک‌تر باشد باعث واگرایی "

کانون مجازی

عدسی نازک با دو سطح
کروی



عدسی محدب

$$\frac{h_o}{s} = \frac{h_i}{s'}$$

$$m = \frac{h_i}{h_o} = \frac{s'}{s}$$

تصویر وارونه $m<0$ و $s>0$، $s'>0$

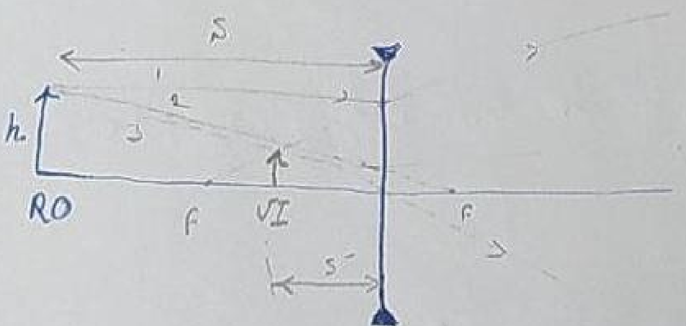
$m = -s'/s$

پرتو ① ← به طور موازی محور وارد می‌شود و از نقطه کانونی می‌گذرد.

پرتو ② ← عکس پرتو ① است.

پرتو ③ ← بدون انحراف خارج می‌شود

ملاحظه می‌شود که هر پرتوی که با عدسی محدب شکسته می‌شود به محور نزدیک و هر پرتوی که با عدسی مقعر شکسته شود از محور دور می‌شود



عدسی مقعر

جدول 1-3 صفحه 77 مفید است.

- ورژانس و توان شکست :

درجه همگرایی

معادله عدسی نازک → $\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$

درجه انحنای

① معکوس فاصله‌ها با هم جمع و معکوس فاصله کانونی بدست می‌آید

② معکوس فاصله‌های شئ و تصویر انحنای جبهه موج‌هایی را توصیف می‌کند که به عدسی فرود می‌آیند

به مرکز انحنا در نقطه‌های شئ O و تصویر I است

- امواج کروی از نقطه شئ O وقتی به عدسی نازک می‌رسند دارای انحنایی هستند که برابر با عکس فاصله

درجه همگرایی ↓

- s' مربوط به جمع شدگی امواجی از عدسی خارج می‌شوند $\frac{1}{s}$

- تغییر انحنا از نقطه شئ به نقطه تصویر ← به دلیل توان شکست P عدسی یا $\frac{1}{f}$

$$\to V + V' = P$$

همگی عکس طول هستند

عکس طول ≡ دیوپتر D

فرض کنید دو عدسی نازک در تماس هم داریم

$$\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s'_1} = \frac{1}{f_1}$$

$$\frac{1}{s_2} + \frac{1}{s'_2} = \frac{1}{f_2}$$

چون فاصله تصویر برای عدسی اول معادل فاصله شئ برای عدسی دوم است

↓

$$s_2 = -s'_1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{s_1} + \frac{1}{s'_2} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{f} \to \frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} + \dots$$

↓

$$P = P_1 + P_2 + \dots$$

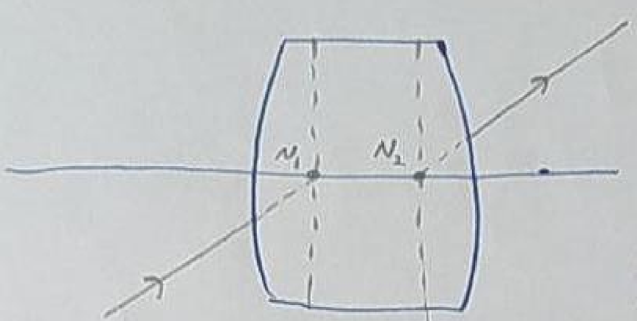
در عدسی نازک ← دو صفحه اصلی در یک جا منطبق واقع است

صفحه اصلی به طور کلی بر هم منطبق نیستند ممکن است خارج از دستگاه اپتیکی واقع باشند.

- نقاط گرهی: پرتوی راستایی از مرکز عدسی بدون انحراف و با جابجایی قابل چشم‌پوشی عبور می‌کند

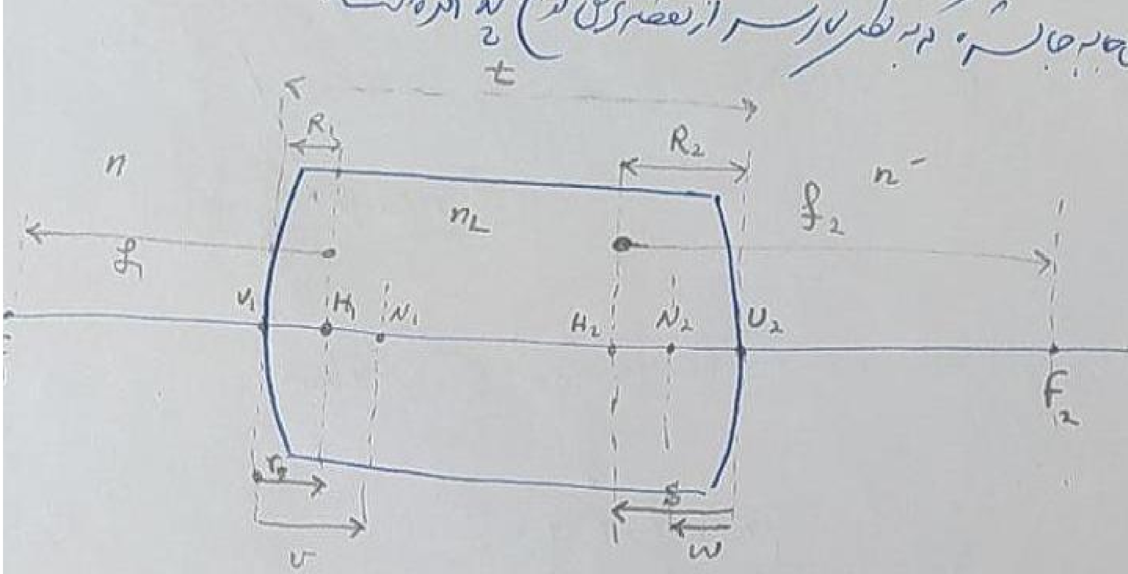
↓

نقاط گرهی عدسی ضخیم یا هر دستگاه اپتیکی تصحیح این پرتو را ممکن می‌سازند



- اگر پرتوی در راستایی که از نقطه گرهی اول N_1 بگذرد به دستگاه اپتیکی فرود آید در راستایی از آن خارج می‌شود که با راستای فرودی موازی است

اما به اندازه‌ای جابجا شده که به نظر می‌رسد از نقطه گرهی دوم N_2 آمده است.



قرارداد:

علامت فاصله‌ها به طرف چپ منفی

« « « راست مثبت

r = فاصله نقطه اصلی نسبت به راس V_1

s = « « « « V_2

f_1 = نقطه کانونی نسبت به نقطه اصلی اول

f_2 = « « « دوم

روابط این بخش اثبات نمی‌شود.

$$\frac{1}{f_1} = \frac{n_L - n'}{n R_2} - \frac{n_L - n}{n R_1} - \frac{(n_L - n)(n_L - n')}{n n_L}\,\frac{t}{R_1 R_2} \quad \text{و} \quad f_2 = -\frac{n'}{n} f_1$$

نقطه‌های صفحه اصلی $\longrightarrow$ $r = \frac{n_L - n'}{n_L R_2} f_1 t$ و $s = -\frac{n_L - n}{n_L R_1} f_2 t$

نقطه‌های گرهی $v = \left(1 - \frac{n'}{n} + \frac{n_L - n'}{n_L R_2} t\right) f_1$, $w = \left(1 - \frac{n}{n'} - \frac{n_L - n}{n_L R_1} t\right) f_2$

معادلهٔ تصویرگری $-\frac{f_1}{s_0} + \frac{f_2}{s_1} = 1$ و $m = -\frac{n s_1}{n' s_0}$

بزرگنمایی عرضی

$$\text{if } (n = n' = 1) \longrightarrow r = \frac{n_L - 1}{n_L R_2} f_1 t \longrightarrow r = v$$

$$v = \left(1 - \cancel{1} + \frac{n_L - 1}{n_L R_2} t\right) f_1 = \frac{n_L - 1}{n_L R_2} t f_1$$

$$s = -\frac{n_L - 1}{n_L R_1} f_2 t \longrightarrow s = w$$

$$w = \left(1 - 1 - \frac{n_L - 1}{n_L R_1} t\right) f_2$$

نقاط اصلی اول و دوم روی نقاط گرهی می‌باشند

$f_2 = -f_1 \longrightarrow$ فاصله کانونی اول و دوم از نظر اندازه برابرند

مثال: فاصله‌های کانونی و نقاط اصلی را برای یک عدسی محدب-محدب (دوکوژ) حساب کنید
ضخامت 4cm ضریب شکست 1.52 و شعاع انحنای 25cm
در شرایطی که سطح دوم در آب است $n=1.33$.

$$\frac{1}{f_1} = \frac{n_L - n'}{nR_2} - \frac{n_L - n}{nR_1} - \frac{(n_L - n)(n_L - n')}{n n_L}\frac{t}{R_1 R_2}$$

$n_L = 1.52$

$n' = 1.33$

$n = 1$

$$\rightarrow \frac{1}{f_1} = \frac{1.52 - 1.33}{1(-25)} - \frac{1.52 - 1}{1 \times 25} - \frac{(1.52 - 1)(1.52 - 1.33)}{1(1.52)}\frac{4}{(-25)(+25)}$$

$$f_1 = -35.74\,cm$$

$$f_2 = -\left(\frac{1.33}{1}\right)(-35.74) = 47.53\,cm$$

$$r = \frac{1.52 - 1.33}{1.52(-25)}(-35.74)(4) = 0.715\,cm$$

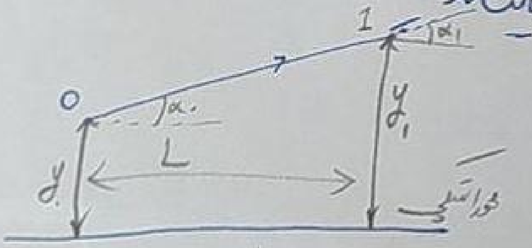
$$s = -\frac{1.52 - 1}{(1.52)(+25)}(47.53)(4) = -2.6\,cm$$

نقطه اصلی H_1 → در فاصله 0.715 cm سمت راست راس سطح اول عدسی و نقطه اصلی H_2 → در فاصله 2.6 cm سمت چپ راس است

- روش ماتریسی: وقتی تعداد عناصر دستگاه اپتیکی زیاد باشد ← استفاده از ماتریس‌ها باعث می‌شود محاسبات آسان باشد.

↓

محاسبات ماتریسی



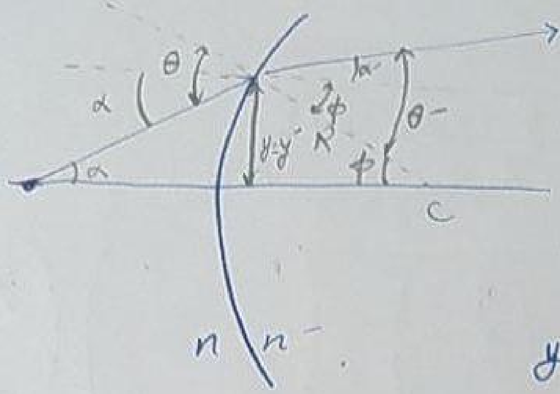
- ماتریس انتقال: انتقال یک پرتو در یک محیط همگن.

$$\left.\begin{array}{l}\alpha_1 = \alpha_0 \\ y_1 = y_0 + L\tan\alpha_0\end{array}\right\} \xrightarrow[\tan\alpha \approx \alpha]{\text{با فرض پرتوهای پیرامحوری}} \left\{\begin{array}{l} y_1 = (1)y_0 + L(\alpha_0) \\ \alpha_1 = (0)y_0 + 1(\alpha_0)\end{array}\right.$$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} y_1 \\ \alpha_1 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} y_0 \\ \alpha_0 \end{pmatrix}$$

ماتریس تبدیل پرتو

- ماتریس شکست:



مختصات پرتو (y, α) پیش از شکست را به مختصات پس از شکست (y', α') ربط دهیم

شکست در یک نقطه صورت می‌گیرد

تغییر ارتفاع رخ نمی‌دهد $y = y'$

$$\alpha' = \theta' - \phi = \theta' - y/R$$

$$\alpha = \theta - \phi = \theta - y/R$$

با استفاده از تقریب پیرامحوری $\rightarrow n\theta = n'\theta' \longrightarrow \alpha' = \left(\frac{n}{n'}\right)\theta - y/R = \frac{n}{n'}\left(\alpha + y/R\right) - y/R$

$$\downarrow$$

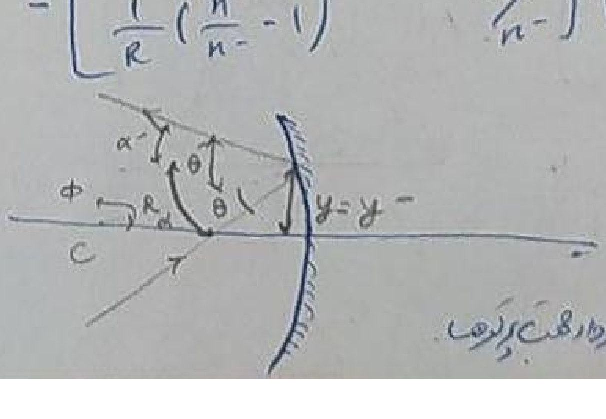
$$\alpha' = \frac{1}{R}\left(\frac{n}{n'} - 1\right)y + \left(\frac{n}{n'}\right)\alpha$$

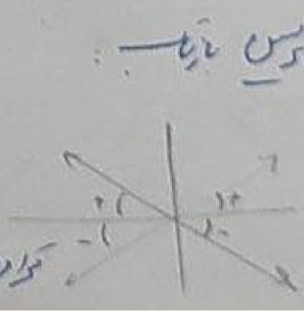
$$\Rightarrow y' = (1)y + (0)\alpha$$

$$\alpha' = \left[\frac{1}{R}\left(\frac{n}{n'} - 1\right)\right]y + \frac{n}{n'}\alpha$$

$$\begin{pmatrix} y' \\ \alpha' \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{R}\left(\frac{n}{n'} - 1\right) & n/n' \end{bmatrix} \begin{pmatrix} y \\ \alpha \end{pmatrix}$$

- ماتریس آینه:





قرارداد علامت زاویه‌ها

آینه مقعر است ، R منفی است .

زاویه‌های پرتوهای به سمت اگر به سمت بالا است ← مثبت در نظر گرفته شود
« « « « پایین ← منفی « «

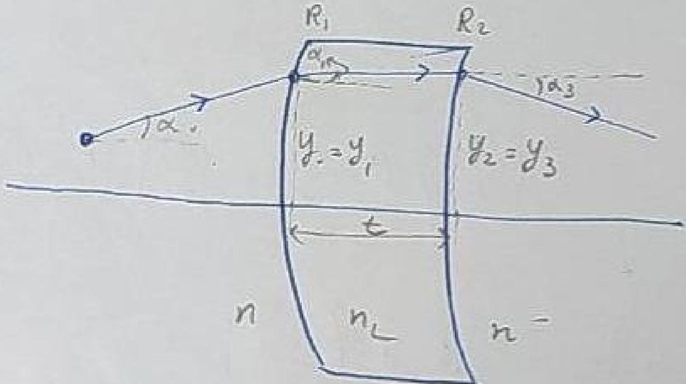
$$\alpha = \theta + \phi = \theta + \frac{y}{-R} \quad \alpha \quad \alpha^- = \theta^- - \phi = \theta^- - \frac{y}{-R}$$

با استفاده از قانون بازتاب $\longrightarrow \theta = \theta^-$

$$\hookrightarrow \alpha^- = \theta^- + y/R = \theta + y/R = \alpha + 2y/R$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y^- = (1)\,y + (0)\,\alpha \\ \alpha^- = \left(\frac{2}{R}\right) y + (1)\,\alpha \end{cases} \longrightarrow \begin{pmatrix} y^- \\ \alpha^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2/R & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y \\ \alpha \end{pmatrix}$$

— ماتریس های عدسی ضخیم و عدسی نازک :



دو شکست و یک انتقال

شکست اول : $\begin{pmatrix} y_1 \\ \alpha_1 \end{pmatrix} = M_1 \begin{pmatrix} y_0 \\ \alpha_0 \end{pmatrix}$

برای انتقال $\begin{pmatrix} y_2 \\ \alpha_2 \end{pmatrix} = M_2 \begin{pmatrix} y_1 \\ \alpha_1 \end{pmatrix}$

برای شکست دوم $\begin{pmatrix} y_3 \\ \alpha_3 \end{pmatrix} = M_3 \begin{pmatrix} y_2 \\ \alpha_2 \end{pmatrix}$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} y_3 \\ \alpha_3 \end{pmatrix} = M_3 M_2 M_1 \begin{pmatrix} y_0 \\ \alpha_0 \end{pmatrix}$$

اگر تعداد زیادی سیستم داشته باشیم N تا

$$\longrightarrow \begin{pmatrix} y_f \\ \alpha_f \end{pmatrix} = \underbrace{M_N M_{N-1} \cdots M_2 M_1}_{} \begin{pmatrix} y_0 \\ \alpha_0 \end{pmatrix}$$

ماتریس انتقال $\longrightarrow M = M_N M_{N-1} \cdots M_2 M_1$

14

ماتریس انتقال J ، ماتریس شکست R

$$M = R_2 \, J \, R_1$$

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{n_L - n'}{n' R_2} & \frac{n_L}{n'} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & t \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{n - n_L}{n_L R_1} & \frac{n}{n_L} \end{pmatrix}$$

if $t = 0$ & $n = n'$

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{n_L - n}{n R_2} & \frac{n_L}{n} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{n - n_L}{n_L R_1} & \frac{n}{n_L} \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow M = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{n_L - n}{n} \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right) & 1 \end{pmatrix}$$

فرمول عدسی سازان $\longrightarrow$ $$\frac{1}{f} = \frac{n_L - n}{n} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

$$\hookrightarrow M = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix}$$

دترمینان

ضریب شکست محیط اول

$$M = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \longrightarrow \mathrm{Det}(M) = AD - BC = \frac{n_0}{n_f}$$

ضریب شکست محیط آخر

if $M = M_1 M_2 M_3 \dots M_N$

$$\hookrightarrow \mathrm{Det}(M) = \mathrm{Det}(M_1)\,\mathrm{Det}(M_2) \dots \mathrm{Det}(M_N)$$