



## خودکانونی سازی پالس لیزری در یک پلاسمای مغناطیسی

علی اصغر مولوی چوبینی<sup>۱</sup>، احمد نقی دخت<sup>۲</sup>

۱. دانشگاه آزاد شهر کرد، دانشکده فنی و مهندسی، گروه فیزیک، شهر کرد، ایران

۲. دانشگاه ارومیه، دانشکده علوم، گروه فیزیک، ارومیه، ایران

چکیده:

در این مقاله تاثیر میدان مغناطیسی خارجی اختیاری بر روی خودکانونی کردن پالس لیزری کم شدت که در یک پلاسمای سرد کم چگال و مغناطیسی حرکت می کند، مورد بررسی قرار گرفته است. میدان مغناطیسی خارجی در صفحه ای شامل محورهای  $\lambda$  و  $z$  قرار می گیرد. نتایج نشان می دهند که متناظر با زاویه و شدت های مختلف میدان اثرات خودکانونی متفاوتی مشاهده می شود، به گونه ای که هر چه زاویه بزرگتر باشد تاثیر خودکانونی ضعیف تر خواهد شد و تقویت میدان مغناطیسی خارجی، اثر مربوط به خودکانونی را افزایش می دهد.

**کلمات کلیدی:** خودکانونی سازی، میدان مغناطیسی، شدت و زاویه اثر

Archive of SID



# بیست و یکمین کنفرانس هشتای ایران

۶ و ۷ اسفند ماه ۱۳۹۳ دانشگاه اصفهان

مقدمه

برهم‌کنش پالس لیزری قوی با پلاسما می‌تواند منجر به شتاب الکترون در میدان ضعیف، تولید هارمونیک بالاتر و میدان مغناطیسی خودساخته شود که در حال حاضر یک بحث مهم در تحقیقات کنونی همجوشی محصورسازی لختی (ICF) محسوب می‌شود [۲۱]. پالس لیزری انتشاری، در پلاسما نقش بسیار مهمی در فرآیند انتشار ایفا می‌کند، به طوری که ضریب شکست محیط پلاسما را تغییر می‌دهد و سبب اصلاح و خودکانونی سازی آن می‌شود، در این حالت جملات غیرخطی ظاهر می‌شوند. به دلیل ارتباط نزدیک بسیاری از انواع واکنش‌های اصلی ذره با میدان مغناطیسی خارجی، از جمله تولید تابش سیکلوترونی، در نظر گرفتن میدان مغناطیسی خارجی، حرکت ذرات را پیچیده‌تر می‌کند [۳]. برهم‌کنش بین پالس لیزری و پلاسما نیز در میدان مغناطیسی خارجی، پیچیده‌تر می‌شود و جملات غیر خطی از جمله نیروی پاندروماتیو تحت تاثیر قرار می‌گیرند که منجر به تغییر خودکانونی سازی آن می‌شود [۴]. در این مقاله اثر میدان مغناطیسی در وضعیت عمود به خودکانونی سازی و اثرات شدت‌های مختلف خودکانونی سازی بررسی می‌شوند.

تئوری و فرول‌سازی مسئله:

در پلاسمای سرد یکنواخت، معادله موج حاکم بر انتشار پالس لیزری در پلاسما به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\left( \nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \mathbf{E} = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial t}, \quad (1)$$

که  $\mathbf{E}$  بردار میدان الکتریکی و  $\mathbf{J}$  چگالی جریان الکترون‌های آزاد پلاسما است. پالس لیزری در امتداد جهت  $z$  انتشار پیدا می‌کند. بردار میدان الکتریکی که به صورت خطی در امتداد جهت  $x$  قطبیده شده است به شکل زیر بیان می‌شود:

$$\mathbf{E}(x, z, t) = \frac{1}{2} E_0(x, z, t) \exp[i(k_0 z - \omega_0 t)] \hat{e}_x + c.c.,$$

به طوری که  $E_0$  دامنه مختلط پالس لیزری و  $k_0$  و  $\omega_0$  بردار و فرکانس موج هستند. علاوه بر این معادلات (۲) و (۳) به ترتیب معادله لورنتس حاکم بر برهم‌کنش بین پالس لیزری و الکترون پلاسما و معادله پیوستگی هستند

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\frac{e\mathbf{E}}{m} - \frac{e}{mc} \mathbf{v}(\mathbf{B} + \mathbf{b}_0) \quad (2)$$



# بیست و یکمین کنفرانس هشتای ایران

۷ و ۶ اسفند ماه ۱۳۹۳، دانشگاه اصفهان

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \cdot (n\mathbf{v}) = 0, \quad (3)$$

که  $\mathbf{v}$  سرعت الکترونی و  $\mathbf{B}$  میدان مغناطیسی پالس لیزری،  $n$  چگالی الکترون،  $m$  جرم الکترون و  $e$  بار الکتریکی است. میدان مغناطیسی خارجی  $\mathbf{b}_0$  که در صفحه شامل محورهای  $y$  و  $z$  قرار دارد به شکل  $\mathbf{b}_0 = b_0 \sin \theta \hat{k} + b_0 \cos \theta \hat{j}$  است و  $\theta$  زاویه بین  $\mathbf{b}_0$  و محور  $y$  می باشد. جمله لورنتس در معادله (۲) می تواند از طریق معادله ماکسول به صورت  $\mathbf{v} \times \mathbf{B} = \frac{ck_0}{\omega_0} \mathbf{v}(E \hat{j})$  تبدیل شود.

که  $E = \frac{1}{2} E_0(x, z, t) \exp[i(k_0 z - \omega_0 t)] \hat{e}_y + c.c.$  است. با بسط کمیت های اختلالی مربوطه در مرتبه های میدان تابشی تا مرتبه سوم و سپس جداسازی به سه معادله متناظر با مرتبه هایشان، به معادلاتی با جملاتی از مرتبه اول دست می یابیم:

$$\frac{\partial}{\partial t} v_x^{(1)} = -\frac{e}{m} E - \omega_c v_y^{(1)} \sin \theta + \omega_c v_z^{(1)} \cos \theta, \quad (4-الف)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} v_y^{(1)} = \omega_c v_x^{(1)} \sin \theta, \quad (4-ب)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} v_z^{(1)} = -\omega_c v_x^{(1)} \cos \theta, \quad (4-ج)$$

به طوری که  $\omega_c (= eb_0 / mc)$  فرکانس سیکلوترونی الکترونی پلاسماست. پاسخ های معادله (۴) به صورت زیر هستند :

$$v_x^{(1)} = \frac{e\omega_0}{2im(\omega_0^2 - \omega_c^2)} E_0 \exp[i(k_0 z - \omega_0 t)] + c.c., \quad (5-الف)$$

$$v_y^{(1)} = \frac{e\omega_c \sin \theta}{2m(\omega_0^2 - \omega_c^2)} E_0 \exp[i(k_0 z - \omega_0 t)] + c.c., \quad (5-ب)$$

$$v_z^{(1)} = -\frac{e\omega_c \cos \theta}{2im(\omega_0^2 - \omega_c^2)} E_0 \exp[i(k_0 z - \omega_0 t)] + c.c., \quad (5-ج)$$

از معادله (۵) درمی یابیم که اولین مرتبه سرعت در جهت های  $y$  و  $z$  باهم وجود دارد، زیرا میدان مغناطیسی خارجی در جهت عمود قرار داده شده است. اگر میدان مغناطیسی خارجی در امتداد محورهای  $y$  یا  $z$  قرار گیرد یکی از آنها صفر خواهد شد. بنابراین معادله مرتبه دوم زیر را از معادله (۲) بدست می آوریم

$$\frac{\partial}{\partial t} v_x^{(2)} + (\mathbf{v}^{(1)} \cdot \nabla) v_x^{(1)} = \frac{ek_0}{m\omega_0} v_z^{(1)} E - \omega_c v_y^{(2)} \sin \theta + \omega_c v_z^{(1)} \cos \theta, \quad (6-الف)$$



# بیست و یکمین کنفرانس هشتای ایران

۶ و ۷ اسفند ماه ۱۳۹۳ دانشگاه اصفهان

$$\frac{\partial}{\partial t} v_y^{(2)} + (\mathbf{v}^{(1)} \cdot \nabla) v_y^{(1)} = \omega_c v_x^{(2)} \sin \theta \quad (6-ب)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} v_z^{(2)} + (\mathbf{v}^{(1)} \cdot \nabla) v_z^{(1)} = -\frac{ek_0}{m\omega_0} v_x^{(1)} E - \omega_c v_x^{(2)} \cos \theta. \quad (6-ج)$$

با پاسخهای معادله سرعت مرتبه اول، می توانیم پاسخهای معادله مرتبه دوم از (۶) را به صورت زیر به دست آوریم:

$$v_x^{(2)} = \frac{e^2 k_0 \omega_c \cos \theta (\omega_0^2 - 4\omega_c^2)}{4im^2 (\omega_0^2 - \omega_c^2)^2 (4\omega_0^2 - \omega_c^2)} |E_0|^2 \exp[2i(k_0 z - \omega_0 t)] + c.c., \quad (7-الف)$$

$$v_y^{(2)} = -\frac{3e^2 k_0 \omega_c \sin \theta \cos \theta (\omega_0^2 + \omega_c^2)}{8m^2 (\omega_0^2 - \omega_c^2)^2 (4\omega_0^2 - \omega_c^2) \omega_0} |E_0|^2 \exp[2i(k_0 z - \omega_0 t)] + c.c., \quad (7-ب)$$

$$v_z^{(2)} = -\frac{e^2 k_0 (4\omega_0^2 - \omega_c^2 + 5\omega_c^2 \cos^2 \theta)}{8m^2 (\omega_0^2 - \omega_c^2)^2 (4\omega_0^2 - \omega_c^2) \omega_0} |E_0|^2 \exp[2i(k_0 z - \omega_0 t)] + c.c. \quad (7-ج)$$

از معادله (۷) مشاهده می کنیم که با در نظر گرفتن سرعت های مرتبه دوم، تنها سرعت در امتداد محور  $z$  وجود خواهد داشت که اگر میدان مغناطیسی خارجی برابر با صفر قرار داده شود، غیر صفر می ماند و اگر  $\theta$  در امتداد محور  $z$  قرار گیرد، سرعت در امتداد محور  $x$  صفر می شود. سرعت در امتداد محور  $y$ ، خواه  $\theta$  در امتداد  $y$  یا  $z$  قرار گیرد صفر خواهد شد. با توجه به معادلات بالا می توانیم سرعت مرتبه سوم را با کمک سرعت های مرتبه اول و دوم به صورت زیر به دست آوریم:

$$v_x^{(3)} = \frac{ie^3 k_0^2 Q_1 |E_0|^2}{2m^3 (\omega_0^2 - \omega_c^2)^4 (4\omega_0^2 - \omega_c^2) \omega_0} E_0 \exp[i(k_0 z - \omega_0 t)] + c.c., \quad (8)$$

که

$$Q_1 = 11\omega_0^4 \omega_c^2 \cos^2 \theta - 9\omega_c^6 \cos^2 \theta - 18\omega_0^2 \omega_c^4 \cos^2 \theta + 4\omega_0^4 \omega_c^2 - 5\omega_0^2 \omega_c^4 + \omega_c^6$$

می باشد. با توجه به این واقعیت که در پلاسما کم چگال، پالس لیزری فرودی در امتداد جهت  $x$  به صورت خطی قطبیده شده است، تنها سرعت عرضی مرتبه سوم در امتداد جهت  $x$  در نظر گرفته می شود. همچنین معادلات مرتبه اول و دوم اختلالات چگالی را می توان با بسط کمیت های مربوطه در معادله (۳) برای میدان تابشی و پاسخهای اختلالاتی چگالی مرتبه اول و دوم بدست آورد:

$$n^{(1)} = -\frac{en_0 k_0 \omega_c \cos \theta}{2m\omega_0 (\omega_0^2 - \omega_c^2)} E_0 \exp[i(k_0 x - \omega_0 t)] + c.c., \quad (9-الف)$$

$$n^{(2)} = \frac{e^2 n_0 k_0^2 Q_2}{8m^2 \omega_0^2 (\omega_0^2 - \omega_c^2)^2 (4\omega_0^2 - \omega_c^2)} |E_0|^2 \exp[2i(k_0 z - \omega_0 t)] + c.c., \quad (9-ب)$$



# بیست و یکمین کنفرانس هشتای ایران

۶ و ۷ اسفند ماه ۱۳۹۳، دانشگاه اصفهان

که

$$Q_2 = -4\omega_0^2 + 3\omega_0^2\omega_c^2 \cos^2 \theta + 3\omega_c^4 \cos^2 \theta + 5\omega_0^2\omega_c^4 - \omega_c^4,$$

است و چگالی‌های جریان خطی و غیر خطی عبارتند از:

$$\mathbf{J}^{(1)} = -en_0\mathbf{v}^{(1)}, \quad (10-الف)$$

$$\mathbf{J}^{(3)} = -en_0\mathbf{v}^{(3)} - en^{(1)}\mathbf{v}^{(2)} - en^{(2)}\mathbf{v}^{(1)}, \quad (10-ب)$$

با جانشانی معادلات (۵)، (۷)، (۸) و (۹) در معادله (۱۰) خواهیم داشت:

$$\frac{\partial}{\partial t} J_x^{(1)} = \frac{e^2 n_0 \omega_0^2}{2m(\omega_0^2 - \omega_c^2)} E_0 \exp[i(k_0 x - \omega_0 t)] + c.c., \quad (11-الف)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} J_x^{(3)} = -\frac{e^4 n_0 k_0^2 |E_0|^2 Q_3}{16m^3 (\omega_0^2 - \omega_c^2)^4 (4\omega_0^2 - \omega_c^2)} E_0 \exp[i(k_0 x - \omega_0 t)] + c.c., \quad (11-ب)$$

به طوری که

$$Q_3 = 4\omega_0^6 - \omega_0^4\omega_c^2 - 29\omega_c^6 \cos^2 \theta + 21\omega_0^4\omega_c^2 \cos^2 \theta - 46\omega_0^2\omega_c^4 \cos^2 \theta - 4\omega_0^2\omega_c^4 + \omega_c^6,$$

می‌باشد. با ترکیب معادله‌ی (۱۱) با معادله‌ی (۱) و صرف نظر کردن از هارمونیک‌ها، خواهیم داشت:

$$\left( \nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \mathbf{E} = \frac{\omega_{pe}^2}{c^2} \frac{\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega_c^2} \mathbf{E} - \frac{\omega_{pe}^2}{c^2} \frac{e^2 k_0^2 |E_0|^2 Q_3}{8m^2 (\omega_0^2 - \omega_c^2)^4 (4\omega_0^2 - \omega_c^2)} \mathbf{E}. \quad (12)$$

با فرض اینکه دامنه  $E_0$  از نظر زمانی و در امتداد جهت  $z$  به کندی تغییر می‌کند، با استفاده از مختصات تاخیری

$z' = z$  و  $t' = t - z/v$  می‌توان رابطه بالا را به صورت زیر تبدیل کرد

$$(\nabla_{\perp}^2 + 2ik_0 \partial / \partial z) E_0 = \frac{\omega_{pe}^2}{c^2} \frac{\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega_c^2} E_0 - \frac{\omega_{pe}^2}{c^2} \frac{e^2 k_0^2 |E_0|^2 Q_3}{8m^2 (\omega_0^2 - \omega_c^2)^4 (4\omega_0^2 - \omega_c^2)} E_0. \quad (13)$$

فرض می‌شود  $E_0$  شکل گاوسی به صورت  $E_0(x, z, t) = B(x, z, t) e^{i\theta(z)} e^{-i[1+i\alpha(z)]r^2/R^2(z)}$  داشته باشد، به طوری -

که  $B(x, z, t)$  دامنه پالس لیزری،  $\theta(z)$  فاز،  $\alpha(z)$  انحنای جبهه موج و  $R(z)$  اندازه مکان را نشان می‌دهند، بنابراین

رابطه (۱۳) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$(\nabla_{\perp}^2 + 2ik_0 \partial / \partial z) E_0 = M(x, z, t) E_0 \quad (14)$$

به طوری که

$$M = N |E_0|^2 + \frac{\omega_{pe}^2}{c^2} \frac{\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega_c^2},$$



# بیست و یکمین کنفرانس هشتای ایران

۶ و ۷ اسفند ماه ۱۳۹۳، دانشگاه اصفهان

و

$$N = -\frac{\omega_{pe}^2}{c^2} \frac{e^2 k_0^2 Q_3}{8m^2 (\omega_0^2 - \omega_c^2)^4 (4\omega_0^2 - \omega_c^2)}$$

می باشد. با به کارگیری روش بسط مستقل از چشمه (SDE) برای معادله بالا خواهیم داشت :

$$\frac{1}{BR} \frac{\partial(BR)}{\partial z} = F_i, \quad (15-الف)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial z} + \frac{(1+\alpha^2)}{k_0 R^2} + \frac{\alpha}{R} \frac{\partial R}{\partial z} - \frac{1}{2} \frac{\partial \alpha}{\partial z} = -F_r, \quad (15-ب)$$

$$\frac{1}{R} \frac{\partial R}{\partial z} + \frac{2\alpha}{k_0 R^2} = -G_i, \quad (15-ج)$$

$$\frac{1}{2} \frac{\partial \alpha}{\partial z} + \frac{(1+\alpha^2)}{k_0 R^2} = -G_r - \alpha G_i, \quad (15-د)$$

به طوری که،

$$F(z) = \frac{1}{2k_0} \int_0^\infty M e^{-2r^2/R^2} d\left(\frac{2r^2}{R^2}\right), \quad G(z) = \frac{1}{2k_0} \int_0^\infty M e^{-2r^2/R^2} \left(1 - \frac{2r^2}{R^2}\right) d\left(\frac{2r^2}{R^2}\right).$$

با جایگذاری  $M$  در  $F$  و  $G$  و سپس قرار دادن پاسخ های  $F$  و  $G$  در (۱۵) بدست می آوریم

$$\frac{R^2}{R_0^2} = 1 + \frac{4}{k_0^2 R_0^4} \left( \frac{NB_0^2 R_0^2}{8} + 1 \right) z^2, \quad (16)$$

به طوری که  $R_0$  و  $B_0$  به ترتیب اندازه مکان پالس لیزری و دامنه اولیه هستند. اگر  $R = R_0$  باشد هنگامی که  $z$  هر مقدار اختیاری را انتخاب کند توان بحرانی را می توان به دست آورد. با در نظر گرفتن شکل توان  $P$  به صورت  $P(z) = \pi R^2(z) I(z) / 2$  به طوری که  $I(z) = cn_0 B^2(z) / 8\pi$  و طول ریلی  $z_R^2 = k_0 R_0^2 / 2$  باشد، معادله (۱۶) را

می توان به صورت زیر تبدیل کرد

$$\frac{R^2}{R_0^2} = 1 - \left( \frac{P}{P_c} - 1 \right) \frac{z^2}{z_R^2}. \quad (17)$$

در معادله (۱۷) مشاهده می شود که اگر توان پالس لیزر فرودی بزرگتر از توان بحرانی  $P_c$  باشد، خودکانونی سازی اتفاق می افتد و اگر کوچک تر باشد، ضدکانونی می شود. با فرض اینکه هنگامی که  $\theta = 90^\circ$  باشد، توان بحرانی  $P_{c0}$  و برای  $\theta = 60^\circ$ ،  $P_{c1}$ ، برای  $\theta = 30^\circ$ ،  $P_{c2}$  و برای  $\theta = 0^\circ$ ،  $P_{c3}$ ، و با شرط  $\omega_c / \omega_0 = 0.2$  به دست می آوریم:

$$P / P_{c0} = 2 \text{ و } P / P_{c3} = 2.42, P / P_{c2} = 2.32, P / P_{c1} = 2.10$$



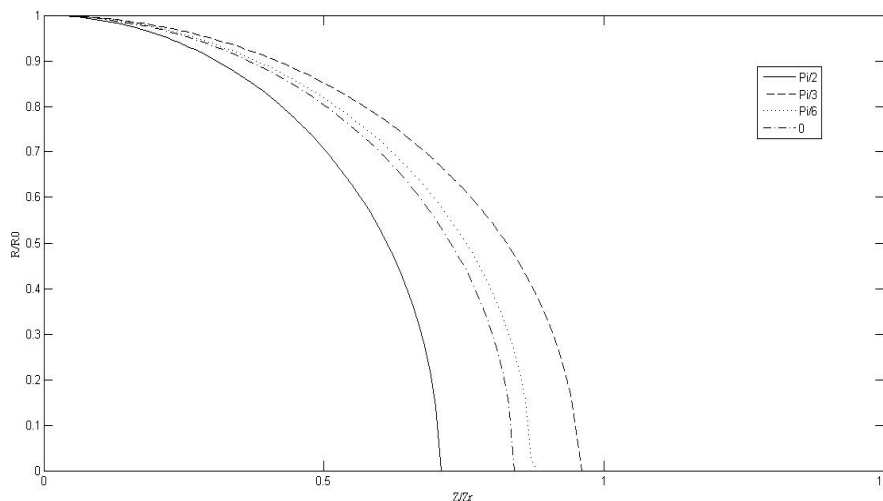
# بیست و یکمین کنفرانس هسته‌ای ایران

۶ و ۷ اسفند ماه ۱۳۹۳ دانشگاه اصفهان

در شکل ۱ الگوهای متضاد تحول اندازه مکان با فاصله انتشار برای زوایای مختلف رسم شده است و نشان می‌دهد هر چه زاویه  $\theta$  بزرگ‌تر می‌شود، کانونی سازی ضعیف‌تر می‌شود. هنگام تشدید میدان مغناطیسی خارجی  $\mathbf{b}_0$  تا  $\omega_c / \omega_0 = 0.4$ ، توان بهنجار شده به  $P/P_{c1} = 2.44$ ،  $P/P_{c2} = 3.31$ ،  $P/P_{c3} = 3.75$  تغییر می‌کنند. شکل ۲ نشان می‌دهد تقویت زیاد میدان مغناطیسی خارجی تاثیر کانونی سازی را متناظر با زاویه افزایش می‌دهد.

## نتایج

در این مقاله کانونی سازی یک پالس تقویت شده لیزری در پلاسما با تنظیم میدان مغناطیسی خارجی با شدت‌های مختلف و در زوایای گوناگون بررسی نمودیم. وقتی میدان مغناطیسی خارجی  $\mathbf{b}_0$  در صفحه شامل محورهای  $\lambda$  و  $z$  قرار گیرد و  $\theta$  زاویه بین  $\mathbf{b}_0$  و محور  $\lambda$  باشد، برای مقادیر مختلف  $\theta$ ، هر چه زاویه بزرگ‌تر باشد اثر خودکانونی سازی ضعیف‌تر است. در حالی که تاثیر شدت میدان مغناطیسی روی خودکانونی سازی نیز در نظر گرفته شود، تقویت میدان اثر خودکانونی سازی را افزایش می‌دهد.

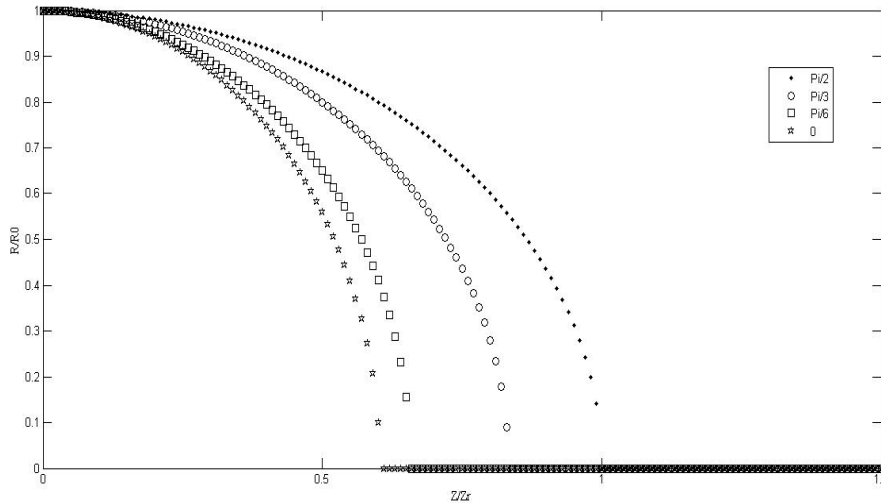


شکل ۱: الگوهای متضاد تحول اندازه مکان با فاصله انتشار با شرط  $\omega_c / \omega_0 = 0.2$  وقتی  $\theta$  به ترتیب  $\pi/2$ ،  $\pi/3$ ،  $\pi/6$  و  $0$  باشد.



# بیست و یکمین کنفرانس هسته‌ای ایران

۶ و ۷ اسفند ماه ۱۳۹۳ دانشگاه اصفهان



شکل ۲: الگوهای متضاد تحول اندازه مکان با فاصله انتشار با شرط جدید  $\omega_c / \omega_0 = 0.4$  وقتی میدان مغناطیسی خارجی تقویت شود.

## مرجع‌ها

- [۱] Y. Q. Liu, J. Zhang, Z.M. Sheng, X.Y. Peng, Z. Jin, Absorption and second harmonics emission from interaction of femto- second laser pulses with microspherical droplets, *Opt. Commun.* **281**(2008) 1244-1250.
- [۲] P. Sprangle, J. R. Penano, B. Hafizi, Propagation of intense short laser pulses in atmosphere, *Phys. Rev. E* **66** (2002) 046418.
- [۳] G. Shvetsb, M. Tushentsov, M. D. Tokman, A. Kryachko, Proagation of electromagnetic waves in the plasma near electron cyclotron resonance : undulator- induced transparency, *Phys. Plasmas* **12** (2005) 056701.
- [۴] P. Jha, R.K. Mishra, A.K. Upadhyaya, G. Raj, Self-focusing of intense laser beam in magnetized plasma, *Phys. Plasmas* **13** (2006) 103102.